

# **Wirkungsweise und Eigenschaften hochdynamischer Gleichstrom- Kleinstmotoren**

Dr. Otto Stemme  
Peter Wolf

maxon motor ag  
CH-6072 Sachseln / Schweiz

## Vorwort

Seit der Einführung der **maxon DC motoren** im Jahre 1970 dauerte es nur ganze zwei Jahre, bis die erste Ausgabe der Broschüre „Kleine Gleichstrommotoren mit eisenlosem Anker“ von Dr. Otto Stemme erschien. Nicht nur bei Kunden, sondern auch bei interessierten Studenten fand diese Arbeit weltweit grossen Anklang.

Die alte Ausgabe wurde mit den Kapiteln „thermisches Verhalten“ und „elektronisch kommutierte, hochdynamische Motoren“ ergänzt.

Basierend auf den Arbeiten von Dr. Otto Stemme hat Herr Peter Wolf, Leiter F&E der **maxon motor ag**, die uns vorliegende zweite Ausgabe überarbeitet und aktualisiert.

Mit einer fundierten Beschreibung dieser technischen Zusammenhänge lassen sich die Möglichkeiten und Grenzen unserer **maxon motoren** besser überblicken.

Diese zweite Auflage wird gegenwärtigen und zukünftigen Interessenten dazu einen Beitrag leisten.

**Viel Spass beim Studium.**

Das maxon-Team  
**maxon motor ag**

Zweite, vollständig überarbeitete Ausgabe 1994

Erste Ausgabe 1972

Publikation und Vervielfältigung, auch auszugsweise, ist nur mit vollständiger Quellenangabe, jedoch nicht zu gewerblichen Zwecken, gestattet.

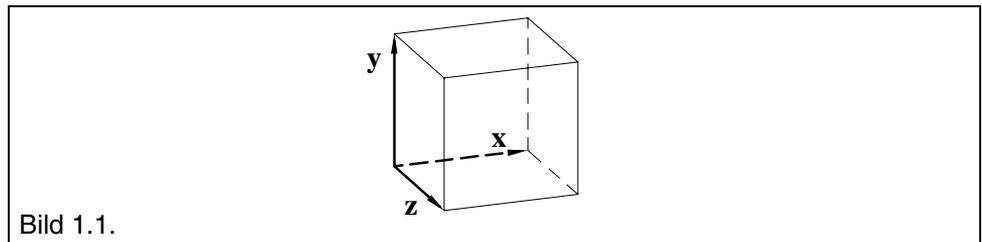
# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1. Gleichstrommotoren mit freitragender Rotorwicklung.....</b>	<b>4</b>	<b>2. Elektronisch kommutierte Gleichstrommotoren mit nutenlosem Stator.....</b>	<b>43</b>
1.1. Darstellungen und Zählrichtungen .....	4	2.1. Wirkungsweise.....	43
1.2. Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld.....	4	2.2. Konstruktionsprinzip .....	44
1.3. Leiteranordnungen zur Drehmomentbildung.....	5	2.3. Magnetsystem .....	44
1.3.1. Leiterschleife .....	5	2.4. Drehfelderzeugung .....	45
1.3.2. Rechteck- und Schrägwicklung.....	7	2.5. Motorkenngrössen .....	46
1.3.3. Rautenwicklung.....	9	2.5.1. Drehmoment.....	46
1.4. Magnetsystem .....	10	2.5.2. Drehzahl.....	54
1.4.1. Prinzipieller Aufbau .....	10	2.5.3. Anlaufvorgang und Schwingungsverhalten .....	58
1.4.2. Physikalische Gesetzmässigkeiten.....	11	2.5.4. Leistung .....	60
1.5. Kommutatorsystem .....	14	2.5.5. Wirkungsgrad.....	61
1.6. Konstruktionsprinzip.....	17	2.5.6. Eisenverluste .....	63
1.6.1. Alnico-Motor mit Edelmetallbürsten .....	17	2.5.6.1. Hystereseverluste .....	63
1.6.2. RE-Motor mit Graphitbürsten .....	17	2.5.6.2. Wirbelstromverluste .....	63
1.7. Motorkenngrössen .....	18	2.5.7. Thermische Eigenschaften .....	68
1.7.1. Drehmoment.....	18	2.5.7.1. Maximale Verlustleistung.....	68
1.7.2. Drehzahl.....	22	2.5.7.2. Maximaler Belastungsstrom .....	69
1.7.3. Anlaufvorgang .....	28	2.5.7.3. Erwärmung und thermische Zeitkonstanten .....	70
1.7.4. Leistung.....	30	2.5.7.4. Abkühlung.....	71
1.7.5. Wirkungsgrad .....	32	2.5.7.5. Intervallbetrieb .....	71
1.7.6. Kennliniendarstellung.....	33	<b>3. Anhang.....</b>	<b>72</b>
1.7.7. Thermische Eigenschaften.....	34	A1. SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten	
1.7.7.1. Maximale Verlustleistung .....	34	A2. Vektorielle Grössen	
1.7.7.2. Maximaler Belastungsstrom.....	36	A3. Skalare Grössen	
1.7.7.3. Erwärmung und thermische Zeitkonstanten.....	37		
1.7.7.4. Abkühlung .....	39		
1.7.7.5. Intervallbetrieb.....	41		

# 1. Gleichstrommotoren mit freitragender Rotorwicklung

## 1.1. Darstellungen und Zählrichtungen

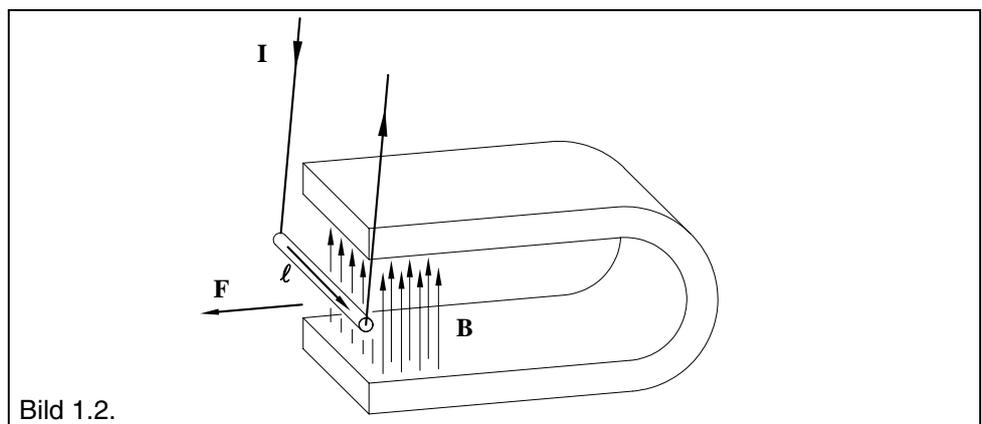
Die Darstellungen und Zählrichtungen beziehen sich i.allg. auf ein rechtwinkliges kartesisches Koordinatensystem. Die z-Achsenrichtung erhalten wir aus einer Rechtsschraubung der x-Achse in die y-Achse, in unserer Darstellung also aus der Zeichenebene heraus. Vektoren werden mit fettgedruckten Buchstaben gekennzeichnet.



Die verwendeten Grössen und SI-Einheiten (m-kg-s-A-V-K-rad) werden im Anhang alphabetisch dargestellt.

## 1.2. Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld

Schon zu Beginn des vorigen Jahrhunderts fand der Physiker Oersted, dass auf stromdurchflossene Leiter Kräfte wirken, wenn sich diese in einem Magnetfeld befinden. Wir können diesen grundlegenden Effekt auf einfache Weise demonstrieren, indem wir der Prinzipskizze von Bild 1.2 folgend einen Metallstab schaukelartig an zwei flexiblen Drähten aufhängen, in ein Magnetfeld bringen und durch den Stab einen Strom leiten. Wir stellen dann fest, dass der Stab beim Einschalten des Stromes quer zur Richtung des Magnetfeldes ausgelenkt wird und erst nach Unterbrechen des Stroms wieder in seine Ausgangslage zurückkehrt.



Dem Experiment liegt folgender physikalischer Zusammenhang zugrunde: Die auslenkende Kraft  $F$  steht senkrecht auf die von Strom  $I$  (entlang der Leiterlänge  $l$ ) und Feldrichtung  $B$  aufgespannte Ebene und kann in vektorieller Form als Lorentzkraft dargestellt werden:

Gl 1.1  $\mathbf{F} = [\mathbf{I} \times \mathbf{B}] \cdot \ell$  wobei  $\mathbf{I} \times \mathbf{B}$  das äussere Produkt der Vektoren  $\mathbf{I}$  und  $\mathbf{B}$  darstellt.

Für die Richtungszuordnung der gerichteten Grössen (Vektoren) Kraft  $\mathbf{F}$ , Strom  $\mathbf{I}$  und Induktion  $\mathbf{B}$  gilt: Wenn wir in Richtung der Kraft  $\mathbf{F}$  sehen, so lässt sich der Strompfeil  $\mathbf{I}$  durch eine Rechtsdrehung in die Richtung der Induktion  $\mathbf{B}$  überführen.

Der Betrag der Kraft ergibt sich aus

$$\text{Gl 1.2} \quad F = |\mathbf{F}| = \ell B I \sin \beta$$

wobei wir mit  $\beta$  den von Strom  $\mathbf{I}$  (zugehörige Leiterlänge  $\ell$ ) und Feldrichtung  $\mathbf{B}$  gebildeten Winkel bezeichnen.

## 1.3. Leiteranordnungen zur Drehmomentbildung

### 1.3.1. Leiterschleife

Um von unserer einfachen Versuchsanordnung nach Bild 1.2 zu einem drehmomentabgebenden Motor zu gelangen, müssen wir diese so abändern, dass der Leiter ständig im Magnetfeld in Bewegung bleiben kann. Wir erreichen dies nach dem Schema von Bild 1.3 mit Hilfe einer Leiterschleife, die so angeordnet ist, dass sie sich um die Rotationsachse  $z$  drehen kann.

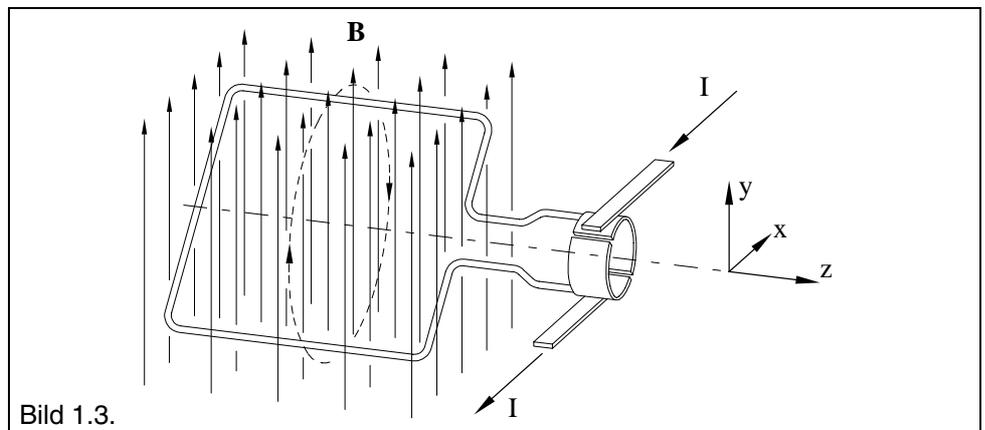


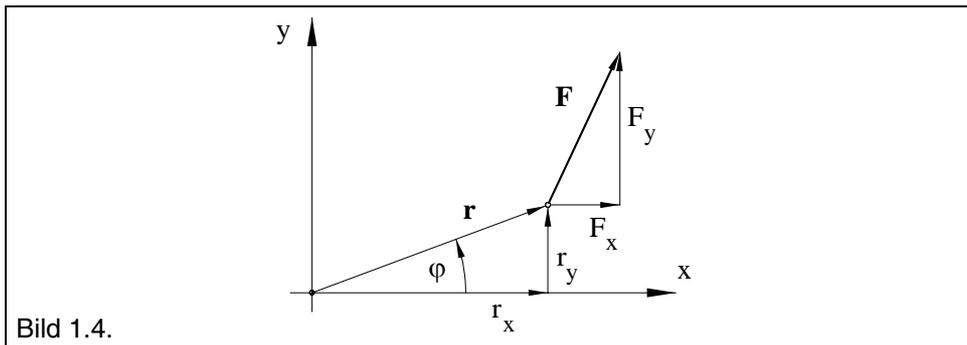
Bild 1.3.

Für die Orientierung des Drehmomentvektors  $\mathbf{M}$  gilt folgende Vereinbarung:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

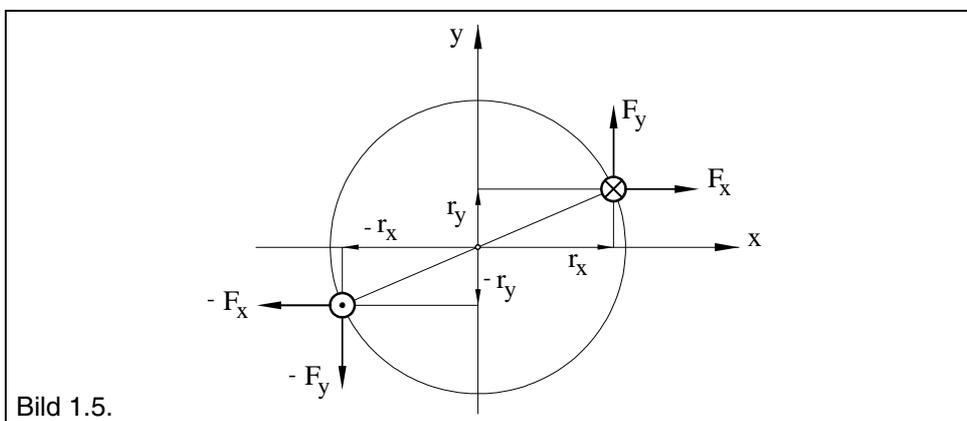
Der Drehmomentvektor  $\mathbf{M}$  steht senkrecht auf die von Ortsvektor  $\mathbf{r}$  (als Vektor vom Drehpunkt zum Angriffspunkt der Kraft  $\mathbf{F}$  gerichtet) und Kraftvektor  $\mathbf{F}$  aufgespannte Fläche. Wenn wir in Richtung des Drehmomentvektors  $\mathbf{M}$  schauen, so lässt sich der Ortsvektor  $\mathbf{r}$  durch eine Rechtsdrehung in den Kraftvektor  $\mathbf{F}$  drehen.

Als Beispiel sei eine Kraft  $\mathbf{F}$  in der  $xy$ -Ebene mit dem Ursprung als Drehpunkt gewählt. Der Drehmomentvektor  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_z$  geht vereinbarungsgemäss durch den Ursprung und zeigt aus der Zeichenebene heraus.

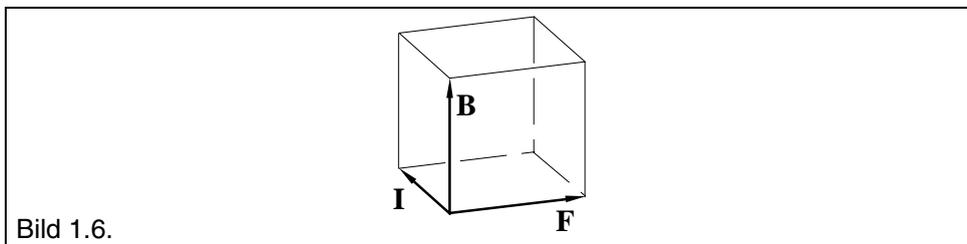


Für das an der Leiterschleife auftretende, in der z-Achse liegende Drehmoment  $M_z$  gilt allgemein, wenn wir entsprechend unserer Zählrichtung ein Drehmoment im Gegenuhrzeigersinn als positiv ansetzen:

$$M_z = 2(r_x F_y - r_y F_x)$$



Dadurch, dass wir jetzt zwei zur Rotationsachse parallele "aktive" Leiterabschnitte haben, erscheint in der Gleichung der Faktor 2. Den Abstand dieser Leiterabschnitte vom Zentrum, d. h. den Radius der Schleife, bezeichnen wir mit  $r$ , seine Projektionen auf die x- und y-Achse mit  $r_x$  bzw.  $r_y$ . Da, wie wir bereits gesehen haben, Kraft  $F$ , Strom  $I$  und Induktion  $B$  aufeinander senkrecht stehen, enthält die an diesen beiden Leiterabschnitten angreifende Kraft  $F$  keine y-Komponente  $F_y$ , sondern besteht nur aus einer x-Komponente  $F_x$  ( $F_y = 0$ ).



Somit erhalten wir

$$M_z = -2 r_y F_x$$

Das negative Vorzeichen ergibt sich aus dem vereinbarten Zählsinn und bedeutet nur eine Linksdrehung bezüglich der z-Achse. Wegen der Beziehung  $r_y = r \sin \varphi$  ergibt sich somit

$$\text{Gl 1.5} \quad M_z = -2 r F \sin \varphi$$

Die zur Rotationsachse senkrechten Abschnitte der Schleife tragen nach Gl 1.3 nicht zum Drehmoment in der z-Achse bei, da, wie wir sofort sehen, die an ihnen angreifenden Kräfte keine x- oder y-Komponente besitzen.

Aus den Beziehungen Gl 1.2 und Gl 1.5 bekommen wir nun für den von der Leiterschleife erzeugten Betrag des Drehmomentes, wobei wir den Index z und das Vorzeichen weglassen

$$\text{Gl 1.6} \quad M = 2 r \ell B I \sin \beta \sin \varphi$$

In dem speziellen Fall unserer Leiterschleife Bild 1.3 stehen Strom- und Feldrichtung in den beiden zur Rotationsachse parallelen Abschnitten in jeder Stellung der Schleife senkrecht aufeinander, so dass  $\sin \beta = 1$  ist und sich damit ergibt

$$\text{Gl 1.7} \quad M = 2 r \ell B I \sin \varphi$$

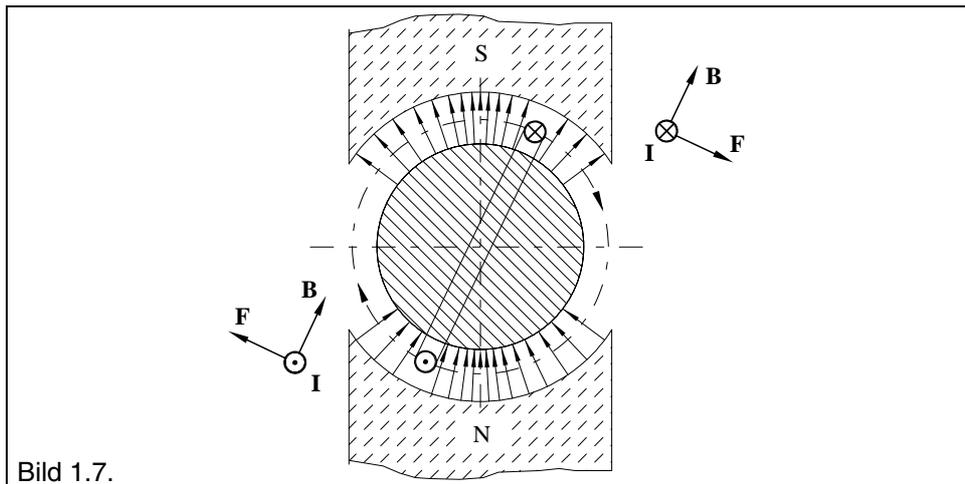
Unter der Einwirkung dieses Drehmoments dreht sich, eine geeignete Lagerung vorausgesetzt, die Schleife um die Rotationsachse z. Normalerweise würde dies solange geschehen, bis die Stellung  $\varphi = 0$  erreicht ist, in der nach Gl 1.7 das Drehmoment verschwindet. Ein kontinuierliches Rotieren ist nicht möglich, da für  $\varphi < 0$   $\sin \varphi$  und damit auch das Drehmoment sein Vorzeichen wechselt und deshalb die Schleife in die Gleichgewichtslage  $\varphi = 0$  zurückdrehen würde. Um zu erreichen, dass die Drehung auch über diese Lage hinaus erfolgt, müssen wir bei  $\varphi = 0$  die Stromrichtung in der Schleife umkehren, so dass neben  $\sin \varphi$  nun auch der Strom I seine Richtung wechselt und damit das ursprüngliche Vorzeichen des Drehmoments erhalten bleibt.

Wir erfüllen diese Forderung, indem wir gemäss Bild 1.3 die Schleifenenden mit den Lamellen eines "Kommutators" verbinden und über diese den Strom mit Hilfe von zwei Schleifkontakten ("Bürsten") zuführen. Die Bürsten sind dabei in bezug auf die Schleife so eingestellt, dass der Wechsel von einer Lamelle zur anderen in der Stellung  $\varphi = 0$  erfolgt.

Da, wie wir gesehen haben, das Drehmoment in dieser Stellung null ist, bliebe hier die Schleife trotz der nun folgenden Umkehr der Stromrichtung stehen. Ausserdem würden die beiden Leiterabschnitte über die Kommutatorlamellen kurzgeschlossen und wären nicht mehr stromdurchflossen. Um also in jeder Stellung des Rotors ein Drehmoment erzeugen zu können, müssen demnach mindestens drei aktive Leiterabschnitte und Lamellen vorgesehen werden.

### 1.3.2. Rechteck- und Schrägwicklung

Der Beziehung Gl 1.7 entnehmen wir, dass wir im Interesse eines möglichst grossen Drehmoments einen hohen Wert der Induktion B anstreben müssen. Wir wollen deshalb eine weitere Änderung an unserem Prinzipaufbau Bild 1.7 vornehmen und den Luftspalt unseres Magnetsystems möglichst klein halten. In unserem Modell füllen wir den Innenraum der Leiterschleife mit einem zylindrischen Eisenkern aus und verwenden zylindrisch geformte Polschuhe.



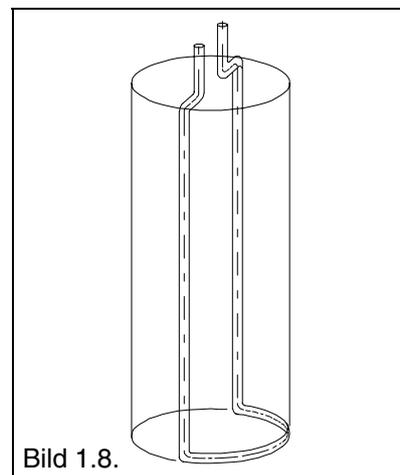
Prinzipiell können wir die Leiterschleife oder eine grössere Anzahl von Leiterschleifen, die, wie wir später noch überlegen werden, für einen Motor nötig sind, fest auf einen Eisenkern wickeln, so dass dieser gemeinsam mit der Leiterwicklung im Magnetfeld rotieren würde. Wir wollen jedoch von dieser Ausführung absehen, hauptsächlich deswegen, weil das damit verbundene grosse Trägheitsmoment des rotierenden Teils - des "Ankers" oder "Rotors" - eine relativ lange Anlaufzeit des Motors und zusätzliche Eisenverluste bedingen würde. Unser Leitersystem soll sich also frei im Luftspalt zwischen Kern und Polschuhen bewegen können.

Schwierigkeiten bei der Herstellung der käfigartigen Anordnung und der nachfolgenden Montage um den innenliegenden Kern sind deutlich zu erkennen.

Wir wollen deshalb von der ursprünglichen Schleifenform abgehen und unser Leitersystem so aufbauen, dass die daraus gebildete Rotorspule an einer der beiden Stirnseiten offen bleibt.

Zu einer solchen Rotorspule gelangen wir, wenn wir diese aus Leiterschleifen von der in Bild 1.8 dargestellten Form aufbauen. Da auch hier nur die zur Rotationsachse  $z$  parallelen Leiterabschnitte zum Drehmoment beitragen, bleiben auch für diese Ausführung unsere bei der "einfachen" Leiterschleife durchgeführten Überlegungen und angegebenen Beziehungen gültig.

Leider haftet dieser Spulenaufbau ein entscheidender Nachteil an. Wenn wir nämlich fortlaufend Leiterschleifen so wickeln, dass eine Rotorspule in Form eines Zylindermantels entsteht, so bauen sich dabei die kreisförmig gebogenen Leiterabschnitte an den Zylinderenden zu verhältnismässig dicken Ringen auf. Um eine Montage zu ermöglichen, wären wir gezwungen, den Luftspalt des Magnetsystems, in dem die Spule rotieren soll, erheblich zu vergrössern, oder die Spule einseitig aus dem Magnetsystem herausragen zu lassen. Bei vergrössertem Luftspalt würde die Induktion abnehmen oder bei herausragender Spule der nur Widerstandsverlust bringende, "passive" Teil der Spule vergrössert. Wir wollen uns deshalb nach weiteren alternativen Möglichkeiten für den Aufbau einer Rotorspule umsehen.



Zu einer brauchbaren Rotorspule gelangen wir, wenn wir einen Zylindermantel fortlaufend mit schrägen Leiterschleifen von der in Bild 1.9 dargestellten Art bewickeln.

Wir haben unter Abschnitt 1.2.1 gesehen, dass wir für das in der Rotationsachse liegende Drehmoment nur die y-Komponente, oder allgemeiner die Tangentialkomponente der auftretenden Kräfte berücksichtigen müssen. Da Strom  $I$ , Induktion  $B$  und Kraft  $F$  aufeinander senkrecht stehen, trägt aber zur Tangentialkomponente in jedem Teil des Leiters nur der in Richtung einer Mantellinie des Zylinders verlaufende "Stromfaden" bei, so dass wir von der Wirkung her den schrägen Leiter gedanklich durch einen geraden, parallel zur Rotationsachse verlaufenden Leiter ersetzen können.

Naturgemäss ist es nicht möglich, eine Spule so zu wickeln, dass der seitliche Abstand benachbarter Drähte völlig verschwindet. Dies gilt auch für eine Wicklung nach Bild 1.10

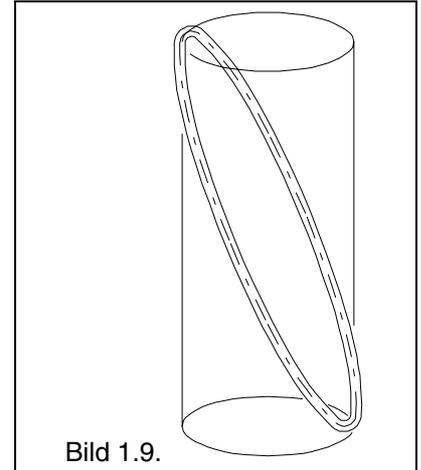


Bild 1.9.

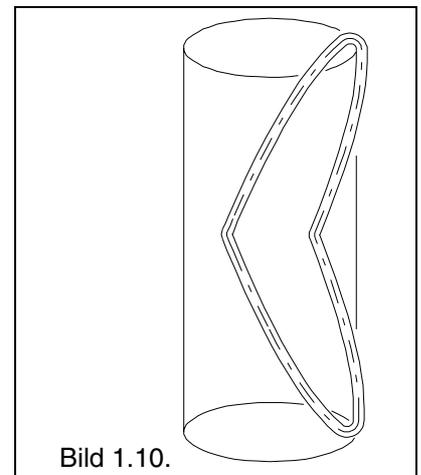


Bild 1.10.

### 1.3.3. Rautenwicklung

Um die maximal mögliche Windungsdichte zu erreichen, werden die Rotorspulen der **maxon**-Motoren mit einer rhombenförmigen Wicklung versehen. Wir erkennen den Verlauf einer Windung dieser "Rautenwicklung" anhand von Bild 1.10. Die Rotorspule wird nicht als fertiger Zylinder hergestellt, sondern in Form eines flachen Bandes gewickelt, und mit Hilfe einer geeigneten Zugvorrichtung in die in Bild 1.11 dargestellte Form gebracht. Dadurch rücken die Drähte an den beiden Bandkanten bis zur gegenseitigen Berührung aneinander.

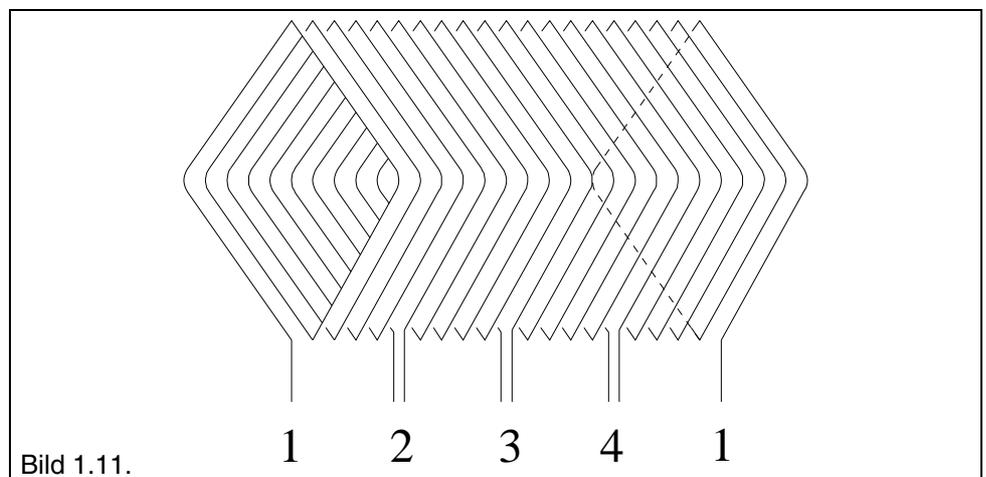


Bild 1.11.

Anschliessend wird das Band zu einem Zylinder gerollt und verklebt. Die Wicklungsabzapfungen 1, 2, 3, 4 werden mit den zugehörigen Lamellen des Kommutators verbunden.

Wenn wir die hinsichtlich der Kraftwirkung für die "einfache" Schrägwicklung angestellten Überlegungen auf die Rautenwicklung übertragen, so sehen wir, dass wir uns nun jeweils eine halbe Wicklungsraute durch einen geraden, parallel zur Rotationsachse verlaufenden Leiter ersetzt denken können.

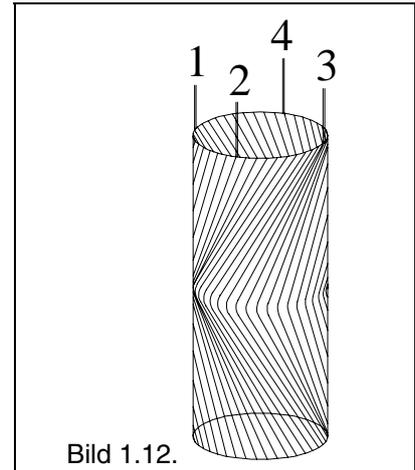


Bild 1.12.

## 1.4. Magnetsystem

### 1.4.1. Prinzipieller Aufbau

Im Zeitalter kurzer Innovationszeiten und steigender Kosten kommt man mehr und mehr davon ab, Magnetsysteme auf experimentellem Weg auszulegen. Bei dieser Vorgehensweise wird ein Prototyp schrittweise durch gezielte, aufgrund von Messungen interpretierte Änderungen der Masse und Werkstoffe den Forderungen angepasst. Heute erfolgt die Auslegung magnetischer Kreise überwiegend auf rechnerischem Weg, wobei man sich, je nach Aufgabenstellung, sowie entsprechend den vorhandenen Erfahrungen und Hilfsmitteln, verschiedener Methoden bedient. Grundsätzlich können wir drei Verfahren unterscheiden: das konventionelle Verfahren, bei dem man den magnetischen Kreis in völliger Analogie zu einem elektrischen Kreis berechnet, die analytischen Rechenmethoden, die in einfachen Fällen einen formelmässigen Zusammenhang zwischen magnetischen und geometrischen Grössen liefern, und die numerischen Verfahren, die eine wirkliche Optimierung gestatten.

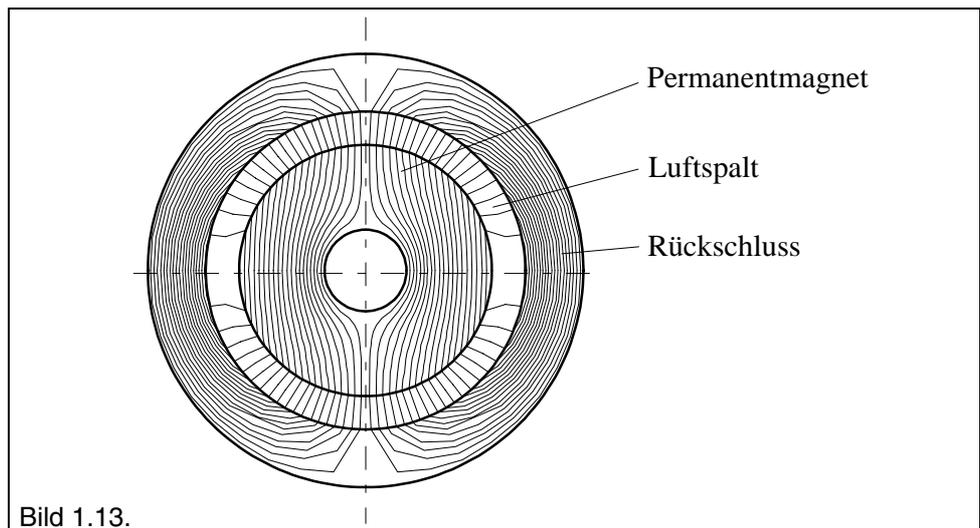


Bild 1.13.

Im Schnitt wird der prinzipielle Aufbau des Magnetsystems eines **maxon**-Motors mit zylindrischem Alnico-Innenmagnet dargestellt. Im Bild ist der Verlauf der magnetischen Feldlinien sowohl im Luftspalt als auch im Magnet und Rückschluss gut zu erkennen. Um zu einer kompakten, möglichst wenig Raum beanspruchenden Ausführung zu gelangen, wurde hier gegenüber unserem

Prinzipaufbau von Bild 1.7 der Eisenkern durch einen zylindrischen Permanentmagnet ersetzt. Der ihn umgebende Eisenrückschluss stellt gleichzeitig das Motorgehäuse dar.

In dieser Bauweise wird als Werkstoff für den Magnetkern Alnico verwendet, eine hartmagnetische Legierung, mit der sich kostengünstig hohe Induktionswerte im Luftspalt erzielen lassen.

Dieses anisotrope Magnetmaterial besitzt jedoch noch eine weitere wichtige Eigenschaft: Durch eine geeignete Behandlung bei der Herstellung des Magnetzylinders lässt sich erreichen, dass eine Vorzugsachse für die Magnetisierung entsteht, aus der sich diese ohne extrem hohe Magnetfelder nicht merklich herausdrehen kann. Den Permanentmagneten der **maxon**-Motoren wurde also eine diametrale Vorzugsachse "eingepägt", und damit auch die Magnetisierungsrichtung für das Magnetsystem festgelegt. Erst nach dem Zusammenbau der Motoren werden die Magnete in Richtung dieser Achse in einem starken Magnetfeld magnetisiert.

#### 1.4.2. Physikalische Gesetzmässigkeiten

Bei Anwendung des konventionellen Verfahrens für die Auslegung des magnetischen Kreises geht man von den bekannten Beziehungen für die magnetische Spannung und den magnetischen Fluss aus. Der Durchflutungssatz liefert uns den Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke und erregendem Strom, bzw. ergibt sich der magnetische Fluss aus der Integration der Feldliniendichte über die zugehörige Fläche.

$$\text{Gl 1.8} \quad \int_{\ell} \mathbf{H} \cdot d\ell = w I \quad \Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Der Permanentmagnet wird durch seine Entmagnetisierungskurve beschrieben, für das weichmagnetische Material des Eisenrückschlusses kann man die endliche Permeabilität durch einen magnetischen Spannungsabfallfaktor  $\tau$  berücksichtigen (Richtwert  $\tau \approx 0.85$ ).

Die den Kriechströmen im elektrischen Kreis entsprechenden Streuflüsse werden durch einen, nicht exakt zu berechnenden, magnetischen Streufaktor  $\sigma$  erfasst ( $\sigma < 1$ ).

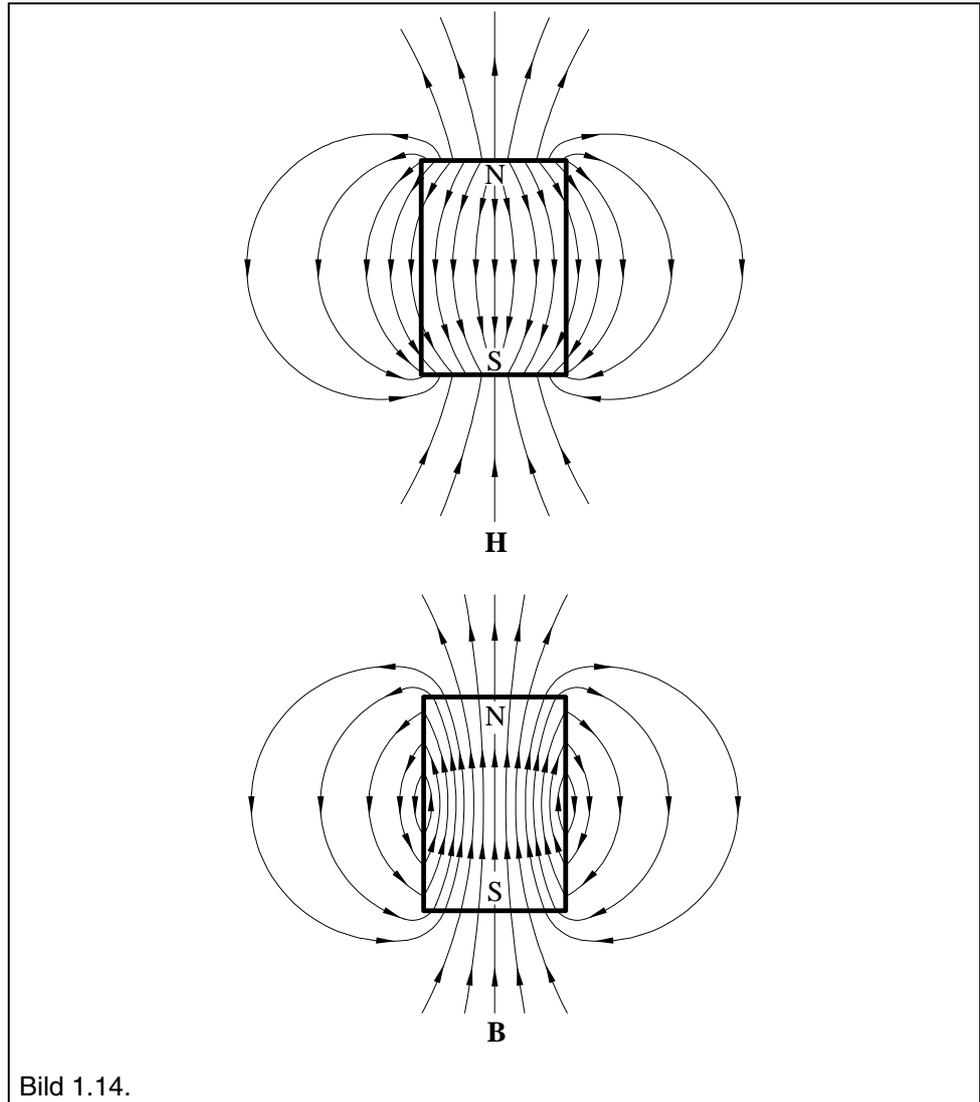
Damit ergibt sich in vereinfachter Form für den stromlosen Zustand

$$\text{Gl 1.9} \quad H_L \ell_L + \tau H_M \ell_M = 0$$

$$H_M = -H_L \frac{\ell_L}{\ell_M} \frac{1}{\tau}$$

Die Feldstärke  $H_M$  im Permanentmagnet hat demnach die entgegengesetzte Richtung der Feldstärke  $H_L$  im Luftspalt, liegt also auch in Gegenrichtung zur Induktion  $B_M$  d.h. der Luftspalt wirkt entmagnetisierend.

Am einfachen Beispiel eines Stabmagneten kann der prinzipielle Verlauf der Feldstärke  $\mathbf{H}$  und der Induktion  $\mathbf{B}$  dargestellt werden.



Ausserhalb des Permanentmagneten ist der Verlauf des H-Feldes identisch mit dem B-Feld, während im Inneren sowohl Richtung als auch Verlauf der beiden Felder unterschiedlich sind.

Im Luftspalt gilt die Proportionalität

$$\text{Gl 1.10 } B_L = \mu_0 H_L$$

damit ergibt sich die Flussbeziehung

$$\text{Gl 1.11 } \sigma B_M A_M = B_L A_L = \mu_0 H_L A_L$$

Aus Gl 1.9 und Gl 1.11 lässt sich nun die Gleichung der Scherungsgeraden ableiten. Ihre Steigung hängt, abgesehen vom Faktor  $\tau$ , nur vom Aufbau und den Abmessungen des magnetischen Kreises, nicht aber vom eingesetzten Permanentwerkstoff ab.

$$\text{Gl 1.12 } H_M = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\ell_L}{\ell_M} \frac{A_M}{A_L} \frac{\sigma}{\tau} B_M$$

Den magnetischen Arbeitspunkt des Permanentmagneten erhalten wir als Schnittpunkt der Scherungsgeraden mit der Entmagnetisierungskurve. Streng genommen wird der Permanentmagnet nicht in einem Arbeitspunkt, sondern in einem Arbeitsbereich betrieben. Vergleichen wir den Weg entlang verschiedener Feldlinien, so erkennen wir deutlich die Variation von  $\ell_M$ . Der Permanentmagnet befindet sich also nicht mehr im remanenten Magnetisierungszustand  $B_r$ , sondern stellt sich auf einen tieferen Arbeitspunkt mit den Werten  $B_A$  und  $H_A$  ein.

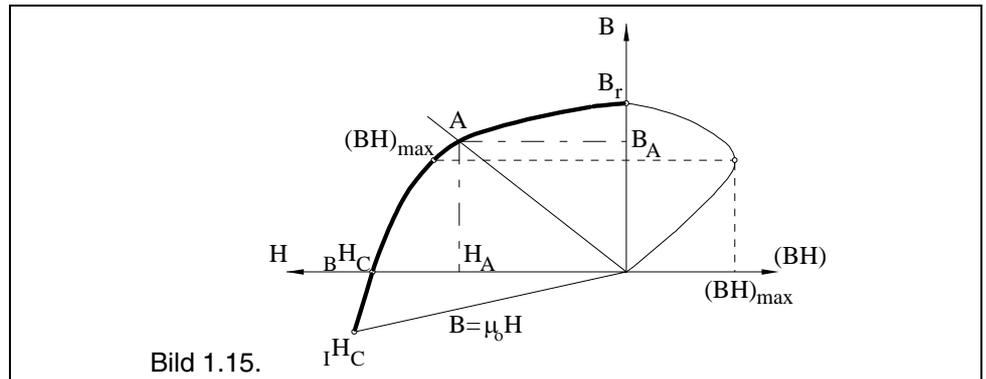


Bild 1.15.

Den optimalen Arbeitspunkt gewinnen wir aus einer Energiebetrachtung für Luftspalt und Magnetmaterial.

Die magnetische Energie im Luftspalt lässt sich darstellen als

$$\text{Gl 1.13 } W_L = V_L \int_0^H \mathbf{B}_L d\mathbf{H}_L = V_L \int_0^H \mu_0 \mathbf{H}_L d\mathbf{H}_L = \frac{1}{2} \mu_0 H_L^2 V_L$$

bzw. ergibt sich für homogene Verhältnisse die im Permanentmagnet gespeicherte Energie als

$$\text{Gl 1.14 } W_M = V_M \int_0^B \mathbf{H}_M d\mathbf{B}_M = \frac{1}{2} H_M B_M V_M$$

multipliziert man Gl 1.9 mit Gl 1.11, so erhält man die Beziehung

$$\text{Gl 1.15 } \sigma \tau |B_M H_M| V_M = \mu_0 H_L^2 V_L = \frac{1}{\mu_0} B_L^2 V_L$$

Die im Luftspalt gespeicherte magnetische Energie ist demnach proportional zum Magnetvolumen und zum Produkt  $|B_M H_M|$  im Arbeitspunkt des Magneten. Wenn wir den Arbeitspunkt des Magneten mit  $B_A$  und  $H_A$  kennzeichnen, ergibt sich für das Magnetvolumen

$$\text{Gl 1.16 } V_M = \frac{1}{\mu_0 \sigma \tau} \frac{B_L^2 V_L}{|B_A H_A|}$$

Je grösser  $|B_A H_A|$  ist, desto weniger Dauermagnetvolumen wird für eine angestrebte Luftspaltenergie benötigt.

Das Produkt  $|B_A H_A|$  wird null bei  $B_r$  und  $B_H C$  und durchläuft, wie im Bild 1.15 dargestellt, entlang der Entmagnetisierungskurve ein Maximum.

Dieser  $(BH)_{\max}$ -Wert, das maximale Energieprodukt, ist eine weitere wichtige Kenngrösse zur Charakterisierung von Permanentmagnetwerkstoffen.

Für eine optimale Ausnutzung des Magnetmaterials ist die Scherungsgerade Gl 1.12 im Magnetkreis so zu wählen, dass der Arbeitspunkt des Magneten im  $(BH)_{\max}$ -Punkt liegt.

Das Verlassen des Arbeitspunktes bei  $(BH)_{\max}$  ist angezeigt, wenn hohe Luftspaltinduktion, die stabileren Eigenschaften des magnetischen Kreises (Entmagnetisierung, Temperatur) im flachen Teil der Entmagnetisierungskurve oder die Möglichkeiten zur Reduzierung des Eisenrückchlusses höher zu bewerten sind, als ein minimiertes Materialvolumen. Dies muss insbesondere bei RE-Magneten mit sehr hohem Energieprodukt  $(BH)_{\max}$  und extrem hoher Koerzitivfeldstärke in Betracht gezogen werden.

Im soeben untersuchten magnetischen Kreis kann der Querschnitt des Eisenrückchlusses  $A_{Ra}$  vereinfacht dimensioniert werden. Der den Luftspalt durchsetzende Fluss  $\Phi_L$  muss vom Eisenrückschluss aufgenommen werden und ergibt folgenden Zusammenhang, wenn wir den Streufluss vernachlässigen:

$$\text{Gl 1.17} \quad \Phi_L = \int_A \mathbf{B}_L d\mathbf{A}_L = \int \mathbf{B}_{Ra} d\mathbf{A}_{Ra}$$

und mit einer mittleren Luftspaltinduktion  $B_L$

$$\text{Gl 1.18} \quad A_{Ra} = \frac{B_L}{B_{Ra}} A_L$$

Je nach Materialwahl für den Rückschluss muss dabei auf die zulässige Sättigungsinduktion Rücksicht genommen werden.

## 1.5. Kommutatorsystem

Prinzipiell werden **maxon**-Motoren mit nichtdurchgehender Welle, in zunehmendem Masse jedoch mit durchgehender Welle ausgerüstet. Bei der Ausführung mit einem Wellenende ergeben sich konstruktiv bedingt Vorteile für den Einsatz von Metallbürsten und die Ausbildung des Kommutators. Dadurch, dass die drehmomentabgebende Welle nur auf der Stirnseite des Stators herausgeführt werden muss, ist es möglich, auf der Gegenseite einen Kommutator mit extrem kleinem Durchmesser anzubringen.



Bild 1.16.

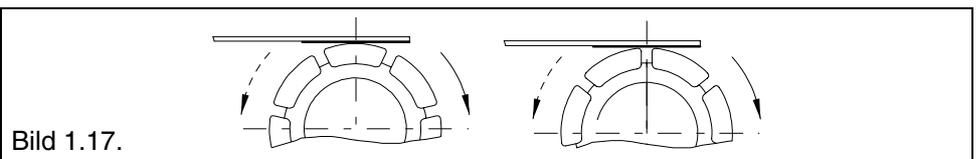
Bei vorgegebener Drehzahl  $n_b$  ergibt dies eine kleine Umfangsgeschwindigkeit  $v_k$  der Kommutatoroberfläche und damit auch den kürzestmöglichen Schleif-

weg der Bürsten über die gesamte Betriebsdauer. Ferner kann so das durch die am Kommutatorradius angreifenden Reibungskräfte erzeugte Verlustdrehmoment  $M_{V_k}$  klein gehalten werden.

Im Bild 1.16 erkennbar sind die Rotorspule, die geschweissten Verbindungen zwischen den Spulenabzapfungen und den zugehörigen Kommutatorlamellen, sowie der zylindrische Kommutator. Die geeignet profilierten Kommutatorlamellen bestehen aus einer Silberlegierung und die im Bild nicht gezeigten, für eine sicher kontaktierende Auflage mehrfach unterteilten und federnd anliegenden Metallbürsten aus einer Edelmetallegierung, die je nach Anwendungsfall unterschiedlich sein kann.

Da die Lebensdauer eines Motors im allgemeinen entweder durch die Lagerung oder durch die Haltbarkeit des Systems Kommutator - Bürste bestimmt wird, muss die Materialabtragung in diesem System soweit wie möglich herabgesetzt werden. Dieser Abtrag von Bürsten- bzw. Lamellenmaterial geschieht, ausser durch rein mechanischen Abrieb, durch Funkenerosion. Dies erfordert die bestmögliche Unterdrückung der Funkenbildung zwischen Bürsten und Kommutator.

Wir können bei der Funkenbildung zwei Zonen unterscheiden, in denen die unerwünschte Materialwanderung auftritt. Ein mässiges "Feuern" kann zwischen Bürste und Lamelle während der in Bild 1.17 dargestellten normalen Leitphase auftreten, ein wesentlich stärkerer Öffnungsfunke in dem Augenblick, wenn der Kontakt zwischen Bürste und ablaufender Kollektorlamelle unterbrochen wird.



Der über die Bürsten zugeführte Strom  $I$  teilt sich an der kontaktierten Kollektorlamelle, und die beiden parallelgeschalteten Wicklungshälften werden jeweils vom Strom  $I/2$  durchflossen. Jede einzelne Teilwicklung wird der Reihe nach durch die Bürsten kurzgeschlossen. Die Stromrichtung durch die Teilwicklung wird bei der nun stattfindenden Kommutierung umgekehrt, was nur durch einen überlagerten Kreisstrom innerhalb der Teilspule erreicht werden kann. Die von der Drehzahl her vorgegebene Zeit für die Stromwendung bestimmt demnach die Stromänderungsgeschwindigkeit und mit der Teilspuleninduktivität auch die Selbstinduktionsspannung  $u_L$  in diesem Kurzschlusskreis

$$\text{Gl 1.19 } u_L = L_T \frac{dI}{dt}$$

Ein Öffnungsfunke entsteht dann, wenn der Kurzschluss der Teilwicklung noch vor Abklingen des internen Kreisstromes aufgetrennt wird und die noch anstehende Spannung für einen Mikrolichtbogen ausreicht. Sowohl hohe Drehzahlen als auch hohe Belastungsströme führen zu diesem Effekt, da in beiden Fällen lokal hohe Stromänderungsgeschwindigkeiten auftreten.

Aber nicht nur die durch die Stromänderung hervorgerufene Spannung  $u_L$  verursacht einen Ausgleichsstrom, eine weitere Komponente kann durch die Bewegung der Teilspule im Magnetfeld geliefert werden. In der Teilspule wird entsprechend der Flussänderung folgende Spannung induziert

$$\text{Gl 1.20 } u_i = w_T \frac{d\Phi}{dt}$$

Um diese Spannung zum Verschwinden zu bringen, muss die Bürstenposition am Kollektor in Bezug auf das Magnetfeld so eingestellt werden, dass die Gesamtänderung des magnetischen Flusses in dem von der Bürste kurzgeschlossenen Wicklungsabschnitt jeweils null ist. Dies ist offensichtlich beim unbelasteten Motor dann der Fall, wenn die Mitte des betreffenden Wicklungsabschnittes mit der Vorzugsachse des Alnico-Magneten einen Winkel von  $90^\circ$  bildet.

Wir wollen davon ausgehen, dass diese Lage ungefähr eingestellt wird. Belasten wir jetzt den Motor, so dass ein merklicher Strom durch die Rotorspule fließt, dann erzeugt er in deren Innenraum ein Magnetfeld  $H$ , das annähernd senkrecht zur Vorzugsachse des Magneten verläuft und die Magnetisierung aus dieser Achse etwas herausdreht.

Wie wir der einschlägigen Literatur entnehmen können, gilt in einem solchen Fall, bei dem ein Magnetfeld  $H$  senkrecht zu einer magnetischen Vorzugsachse angelegt wird, für den Verdrehungswinkel  $\psi$  der Magnetisierungsrichtung

$$\text{Gl 1.21 } \sin \psi = \frac{H}{H_K}$$

wobei die Anisotropiefeldstärke  $H_K$  eine Materialkonstante ist, welche die "Stärke" der Vorzugsachse charakterisiert. Sie beträgt nach Literaturangaben für AlNiCo etwa 200 kA/m und liegt bei RE-Magneten deutlich höher.

Andererseits kann in einem stromdurchflossenen Rotor, wie Messungen zeigen, leicht ein Feld  $H$  von einigen kA/m auftreten, so dass wir eine Verdrehung  $\psi$  von etwa  $1^\circ$  bis  $2^\circ$  erhalten.

Wird der Motor mit annähernd konstanter Belastung (Drehzahl und Drehmoment) und in nur einer Drehrichtung betrieben, bleiben also Ankerfeld  $H$  und Selbstinduktionsspannung  $u_L$  nach Grösse und Richtung unverändert, so können die Bürsten gegenüber der neutralen Einstellung ohne Last um einen Winkel  $\psi' > \psi$  weitergedreht werden, um verbesserte Kommutierungsbedingungen zu erreichen. In der zu kommutierenden Teilspule wird dadurch bewusst eine Spannung  $u_j$  induziert, welche den negativen Einfluss von  $H$  und  $u_L$  wenigstens teilweise kompensiert.

Wechseln dagegen beim Betrieb eines Motors Drehrichtung oder Belastung, so bleibt nur die neutrale Kommutierungseinstellung im Leerlauf als bester Kompromiss übrig.

Um auch in diesen Fällen die im kurzgeschlossenen Wicklungsabschnitt gespeicherte magnetische Energie  $W_{LT}$  und damit auch die Intensität des Öffnungsfunkens möglichst klein zu halten, wird die Windungszahl  $w_T$  des Wicklungsabschnittes durch eine möglichst feine Unterteilung der Wicklung bzw. hohe Lamellenzahl  $k$  des Kommutators herabgesetzt.

$$\text{Gl 1.22 } W_{LT} = \frac{1}{2} I^2 L_T \quad L_T \approx w_T^2$$

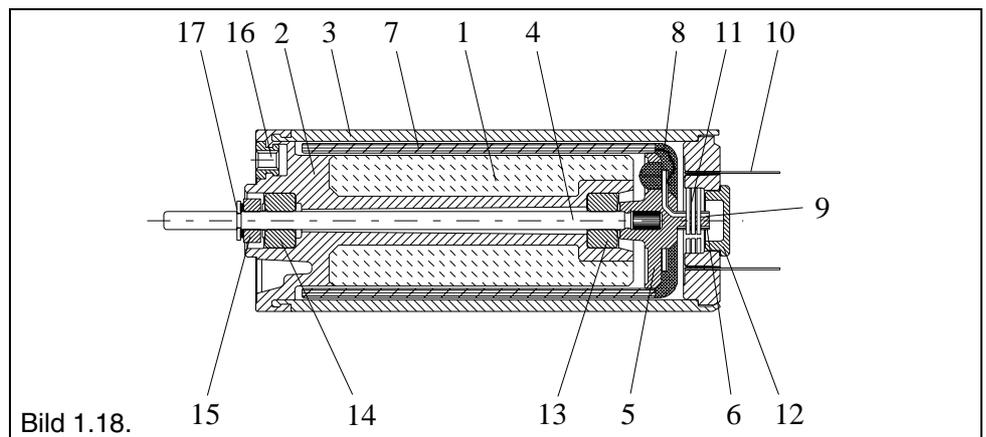
Für den Fall von erschwerten Betriebsbedingungen (Reversierbetrieb, On-Off-Betrieb, hohe Umgebungstemperatur, Belastungsparameter im Grenzbereich) ist der Einsatz von Graphitbürsten anstelle der Metallbürsten aus Lebensdauerüberlegungen sinnvoll. Insbesondere bei niederohmigen Wicklungen macht sich jedoch der Einfluss von Nichtlinearitäten, wie z.B. des stromdichteabhän-

gigen Bürstenspannungsabfalles, teilweise negativ bemerkbar. Die bisher aufgezeigten grundsätzlichen Ueberlegungen bleiben aber auch dafür gültig.

## 1.6. Konstruktionsprinzip

### 1.6.1. Alnico-Motor mit Edelmetallbürsten

Bild 1.18 zeigt im Schnitt den Gesamtaufbau eines **maxon**-Motors mit nicht-durchgehender Welle, Metallbürsten und Alnico-Magnet. Im Bild erkennen wir den Alnico-Magnet (1), der über einen hochwertigen Kunststoff (2) mit dem rostgeschützten Stahlaussernrückschluss (3), der gleichzeitig das Motorgehäuse darstellt, verbunden ist.



Die Welle (4) trägt eine Kollektorplatte (5) mit dem Kommutator (6). Auf der Kollektorplatte (5) sitzt gleichzeitig der von der Rautenwicklung gebildete Rotorzylinder 7. Die Anschlüsse (8) verbinden die Wicklungsabgriffe mit den Kommutatorlamellen 9.

Die Stromzuführung erfolgt über die Anschlussfahnen 10, mit denen die Metallbürsten 11 verschweisst sind. Die Kappe 12 dient zum Schutz des Kommutatorsystems vor Staub und mechanischer Beschädigung.

Die Sinterlager 13 und 14 nehmen die Welle (4) auf. Der Ring 15 dient als Zwischenstück zur Axialsicherung 17 und verhindert gleichzeitig, dass beim Aufkleben von Antriebselementen auf die Welle Klebstoff in das Lager 14 eindringt. Im Kunststoff verankerte Gewindebuchsen 16 ermöglichen eine frontseitige Befestigung des Motors.

### 1.6.2. RE-Motor mit Graphitbürsten

Als Alternative die Schnittdarstellung eines **maxon**-RE-Motors mit durchgehender Welle, Graphitbürsten und Kugellagern.

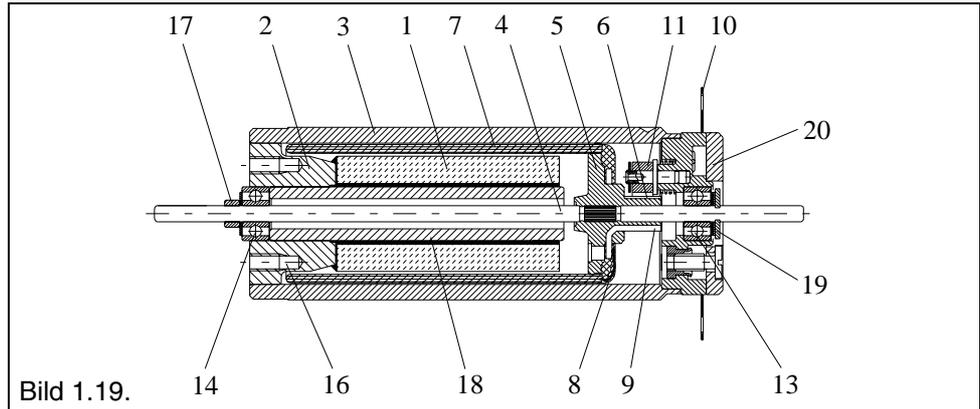


Bild 1.19.

Bei diesem Konstruktionskonzept ist der RE-Magnet (1) über den Stahlinnenrückschluss (18) und eine Magnetträgerplatte (2) mit dem rostgeschützten Stahlaussenrückschluss (3) verbunden. Die Welle (4) trägt eine Kollektorplatte (5) mit dem Kommutator (6). Auf der Kollektorplatte (5) sitzt ebenfalls der von der Rautenwicklung gebildete Rotorzylinder (7). Die Anschlüsse (8) verbinden die Wicklungsabgriffe mit den Kommutatorlamellen (9).

Die Stromzuführung erfolgt über die Anschlussfahnen (10, die über eine hochflexible Kupferlitze mit den Graphitbürsten (11) verbunden sind. Die Kugellager (13) und (14) nehmen die Welle (4) auf, deren Axialsicherung durch die beiden Ringe (17) und (19) ermöglicht wird. In der Magnetträgerplatte (2) angeordnete Gewindelöcher ermöglichen eine frontseitige Befestigung des Motors.

Die durchgehende Welle (4) lässt nach Entfernung der Abdeckung (20) den Anbau eines Istwertgebers zu.

## 1.7. Motorkenngößen

### 1.7.1. Drehmoment

Um das Drehmoment eines **maxon**-Motors berechnen zu können, wollen wir zunächst anhand der Bilder 1.20 ff ableiten, welche Teile der Rotorwicklung zur Drehmomenterzeugung beitragen.

Dazu teilen wir der Übersichtlichkeit wegen die Abwicklung der Rautenwicklung eines **maxon**-Motors in der Mitte gedanklich auf, so dass wir zwei in die Zeichenebene flach ausgebreitete Teilwicklungen vor uns haben.

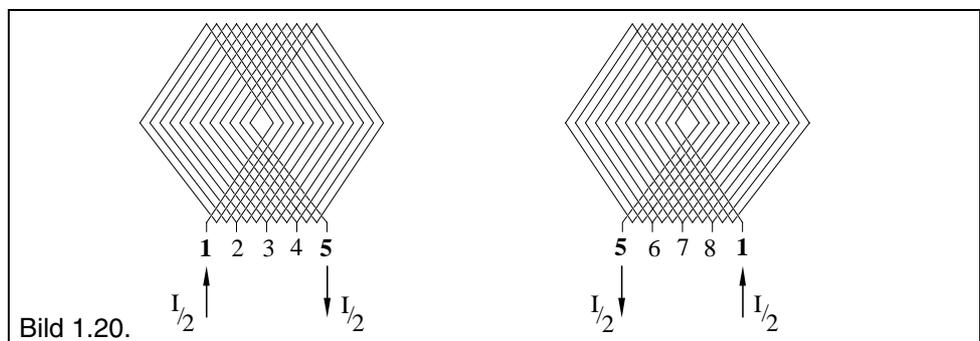


Bild 1.20.

Wir lassen den Motorstrom  $I$  über die Wicklungsanzapfung **1** ein- und über die -anzapfung **5** austreten und betrachten die Verteilung der zur Rotationsachse parallelen, zum Drehmoment beitragenden Ströme.

Wie wir aus Bild 1.20 erkennen, fließen in den vertikal schraffierten Gebieten der Wicklung die Ströme aufwärts, in den horizontal schraffierten Gebieten dagegen abwärts, so, wie dies durch die entsprechenden Strompfeile dargestellt ist.

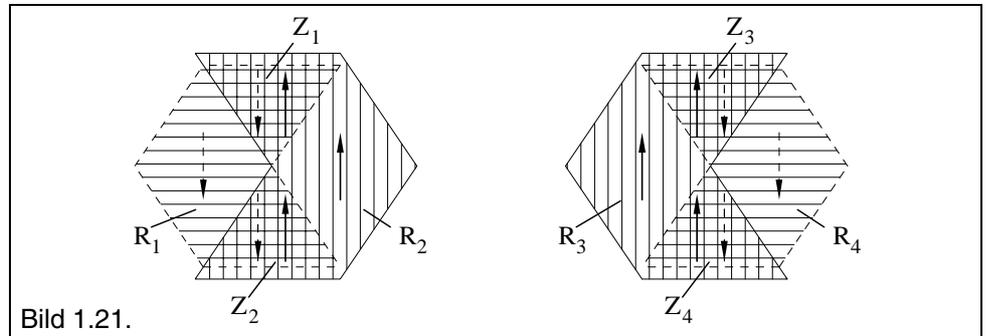


Bild 1.21.

In den Zwickeln  $Z_1 - Z_4$  sind die Ströme in den beiden aufeinanderliegenden Wicklungslagen offensichtlich einander entgegengerichtet, so dass sich ihre Kraftwirkungen aufheben. Wirksam bleiben dagegen die Rautenfläche  $R_1 - R_4$ . Wenn wir nun, um zur tatsächlichen Rotorspule zu gelangen, die beiden Wicklungshälften von Bild 1.21 gedanklich wieder vereinigen, indem wir die Rauten  $R_2$  und  $R_3$  zur Deckung bringen, so erkennen wir, dass sich die Wirkungen von  $R_2$  und  $R_3$  addieren. Zu dem gleichen Ergebnis kommen wir auch bei den Rautenflächen  $R_1$  und  $R_4$ , wenn wir diese zur Deckung bringen, indem wir die bandförmige Wicklung zu einem zylindrischen Rotor formen.

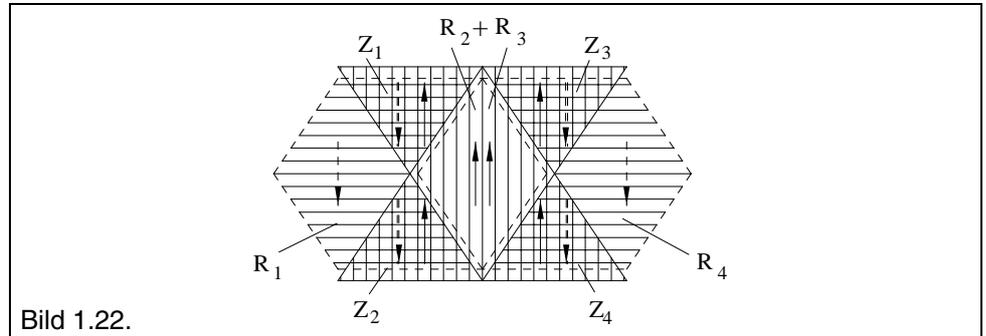


Bild 1.22.

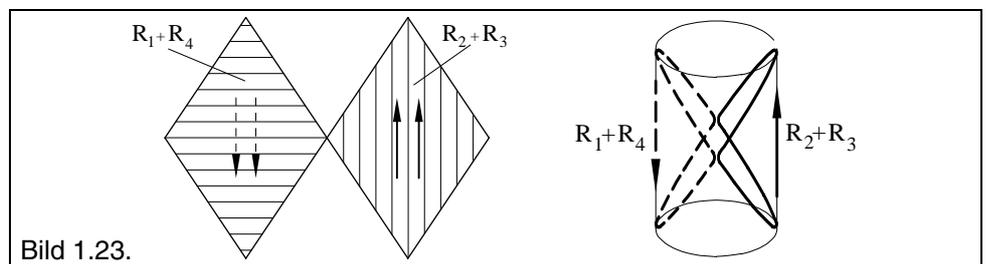
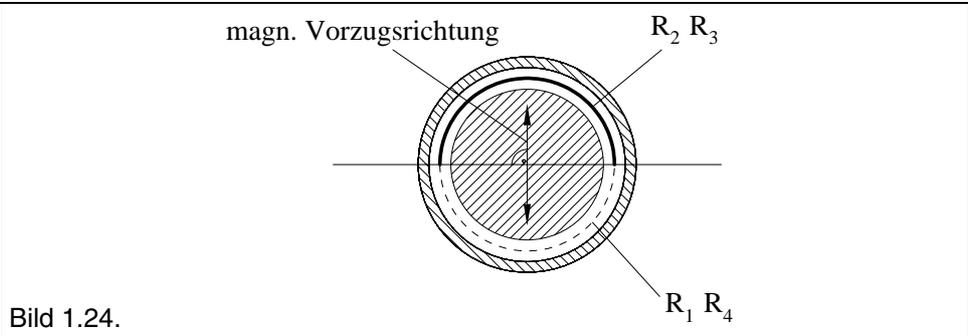


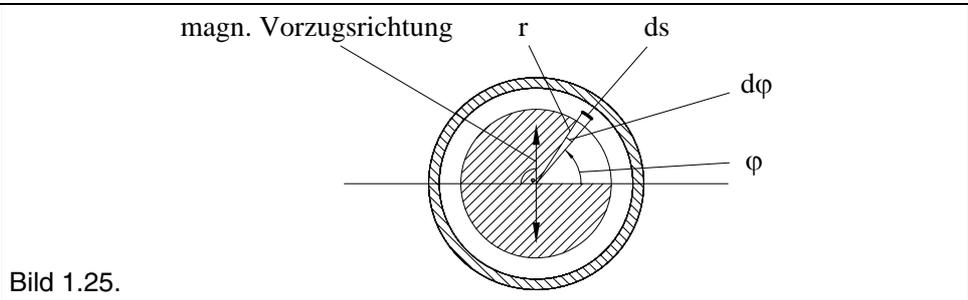
Bild 1.23.

Wir wollen uns nun der Berechnung des Drehmoments zuwenden und hierfür idealisierend eine sehr feine Unterteilung des Kommutators annehmen. In diesem Fall gelten dann die Figuren von Bild 1.20 ff auch für eine ungerade Zahl von Kommutatorlamellen.

Ferner sehen wir, dass die Drahttrauten im Fall einer sehr feinen Unterteilung bei der Kommutierung kontinuierlich zyklisch ausgetauscht werden, so dass die mit ihrem Strom wirksamen, rautenförmigen Gebiete ( $R_1, R_4$  und  $R_2, R_3$ ) "stehenbleiben".

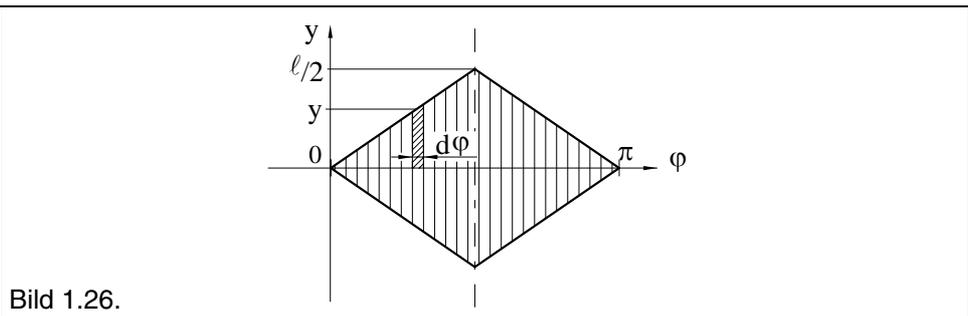


Wir berechnen zunächst die auf das in Bild 1.24 wiedergegebene Gebiet einer "Stromraute" wirkende Kraft. Wie wir uns mit Hilfe von Bild 1.23 vergegenwärtigen können, ist jede Windung des Rotors an einer Stromraute nur mit jeweils einem Leiter beteiligt. Dafür liegen jedoch zwei Wicklungslagen aufeinander, deren Wirkung sich, wie wir gesehen haben, in den Rautenflächen addiert. Bezeichnen wir die auf den Rotorspulenumfang bezogene Windungszahl (Windungsdichte) mit  $v = w/2r\pi$ , so gehören dann zu einem "Stromfaden" der Breite  $ds$  insgesamt  $2vds$  Leiterdrähte (jede Windung hat ja einen Hin- und einen Rückleitungsabschnitt, die beide aktiv zur Drehmomentbildung beitragen).



Da die beiden Wicklungshälften von Bild 1.20 zwischen den Bürsten parallel geschaltet sind, fließt durch jede von ihnen der Strom  $I/2$ , so dass der betrachtete "Stromfaden" insgesamt den Strom  $vdsI$  führt. Wegen Gl 1.2 und mit  $\sin \beta = 1$  erhalten wir damit für die auf den "Stromfaden" wirkende Kraft

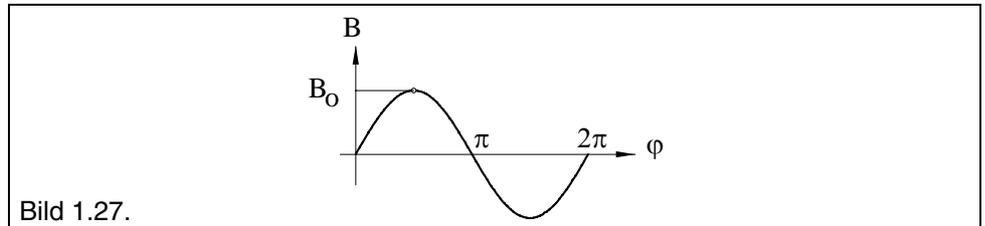
$$Gl\ 1.23\ dF = I B v ds$$



Wie wir Bild 1.25 entnehmen, ist  $ds = r d\varphi$  und deshalb wird

$$\text{Gl 1.24 } dF = I B v r d\varphi$$

Wie Messungen zeigen, lässt sich die Winkelabhängigkeit der Induktion in guter Näherung durch  $B = B_0 \sin\varphi$  wiedergeben.



Ferner wollen wir  $B$  vereinfacht in axialer Richtung als konstant ansehen. Berücksichtigen wir nun noch das lineare Wachsen der Länge  $y$  des "Stromfadens" mit  $\varphi$  durch  $y = a\varphi$ , wobei  $\varphi$  im Bereich zwischen  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$  variiert und  $a = \ell/\pi = \text{konstant}$  bleibt, so erhalten wir

$$\text{Gl 1.25 } dF = I B_0 v r a \varphi \sin\varphi d\varphi$$

und die insgesamt auf das erste Viertel der Raute von Bild 1.25 wirkende Kraft durch Integration über sämtliche "Stromfäden" mit  $a = \ell/\pi$

$$\text{Gl 1.26 } F = I B_0 v r a \int_0^{\pi/2} \varphi \sin\varphi d\varphi = I B_0 v r a [\sin\varphi - \varphi \cos\varphi]_0^{\pi/2} = \frac{1}{\pi} I B_0 v r \ell$$

Am gesamten Rotor greift dann tangential die Kraft

$$\text{Gl 1.27 } F_{\text{ges}} = \frac{8}{\pi} I B_0 v r \ell$$

an und erzeugt das Drehmoment

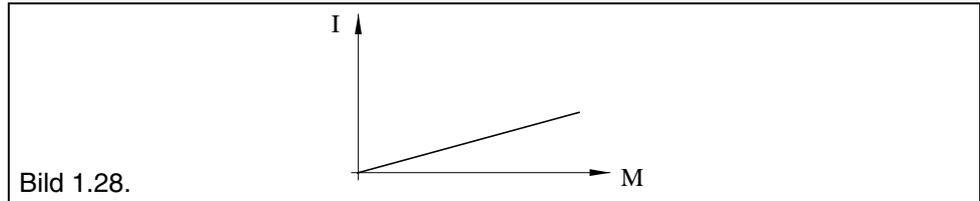
$$\text{Gl 1.28 } M = F_{\text{ges}} r = \frac{8}{\pi} I B_0 v r^2 \ell$$

bzw. mit der Windungszahl  $w = 2\pi r v$  ausgedrückt,

$$\text{Gl 1.29 } M = \frac{4}{\pi^2} I B_0 r \ell w$$

Wir wollen Gl 1.29 noch als Abhängigkeit des Stromes vom Drehmoment umschreiben und die Gleichung grafisch darstellen

$$\text{Gl 1.30 } I = \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{B_0 r \ell w} M$$



Demnach ist also das erzeugte Drehmoment  $M$  dem aufgenommenen Motorstrom  $I$  direkt proportional.

Eine weitere wichtige Kenngrösse ist das spezifische Drehmoment  $k_M$ , welches aus Gl 1.29 errechnet werden kann.

$$\text{Gl 1.31 } k_M = \frac{M}{I} = \frac{4}{\pi^2} B_o r \ell w$$

Wir können in Gl 1.29 das insbesondere durch Reibung im Motor entstehende Verlustdrehmoment  $M_V$  berücksichtigen, indem wir für das erzeugte Drehmoment  $M = M_b + M_V$  schreiben ( $M_b$  = vom Motor abgegebenes Belastungsmoment).

Für  $M_b = 0$ , d.h.  $M = M_{V0}$  liefert uns Gl 1.30 den Leerlaufstrom  $I_o$  des Motors.

$$\text{Gl 1.32 } I_o = \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{B_o r \ell w} M_{V0}$$

Da  $B_o$  nach den Luftspaltenden hin etwas abfällt, wir aber mit dem Maximalwert gerechnet haben, liegen die tatsächlichen Ströme etwas höher als die nach Gl 1.30 berechneten. Dies können wir berücksichtigen, indem wir  $B_o$  mit einem experimentell zu bestimmenden Korrekturfaktor  $c_1 < 1$  versehen.

## 1.7.2. Drehzahl

Wie bereits im Abschnitt 1.1 dargestellt, wird einerseits auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld eine Kraft ausgeübt, andererseits in einem im Magnetfeld bewegten Leiter eine EMK induziert. Für diese induzierte EMK der Bewegung gilt:

$$\text{Gl 1.33 } e_i = \int [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot d\ell$$

Angewendet auf die Verhältnisse im Motor, also Induktion  $\mathbf{B}$  senkrecht zur Bewegungsrichtung  $\mathbf{v}$  und ebenfalls senkrecht zur Leiterlänge  $\ell$ , ergibt sich damit die induzierte EMK für einen Leiter

$$\text{Gl 1.34 } e_i = v B \ell$$

Bei konstanter Umfangsgeschwindigkeit  $v$  und einer konstruktiv vorgegebenen Leiterlänge  $\ell$  ist demnach der Momentanwert der induzierten Spannung  $e$  ein direktes Abbild des Induktionsverlaufes  $B$ .

Die Summation aller induzierten Teilspannungen der einzelnen Windungen ergibt im Motor bekanntlich eine Gegen-EMK  $E$ , die der Drehzahl proportional und der angelegten Motorspannung  $U$  entgegengerichtet ist.

Damit kann man ein vereinfachtes Ersatzschaltbild des Motors wie folgt darstellen:

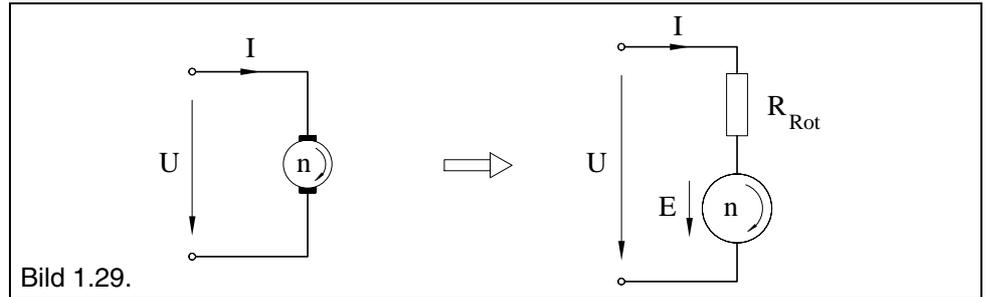


Bild 1.29.

Um in einem Motor ein bestimmtes Drehmoment  $M$  zu erzeugen, benötigen wir den durch Gl 1.30 bestimmten Strom  $I$ . Bezeichnen wir mit  $R_{Rot}$  den Rotorwiderstand zwischen den Anschlussklemmen, dann ergibt sich rechnerisch der Strom aus der Maschengleichung

$$\text{Gl 1.35 } U - E - IR_{Rot} = 0$$

$$\text{Gl 1.36 } I = \frac{U - E}{R_{Rot}}$$

Durch Gleichsetzen beider Beziehungen Gl 1.30 und Gl 1.36 für  $I$  erhalten wir

$$\text{Gl 1.37 } \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{B_o r \ell w} M = \frac{U - E}{R_{Rot}}$$

Um hieraus die Drehzahl als Funktion des Drehmoments  $n(M)$  zu bestimmen, müssen wir offensichtlich zunächst die Abhängigkeit der induzierten Spannung von der Drehzahl  $E(n)$  berechnen.

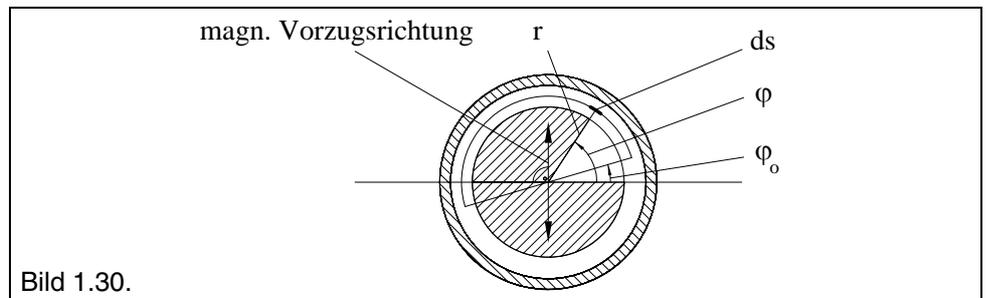


Bild 1.30.

Wir kennzeichnen dazu die Lage einer Raute nach Bild 1.30 bzw. der in Bild 1.31 dargestellten Abwicklung in der Ebene.

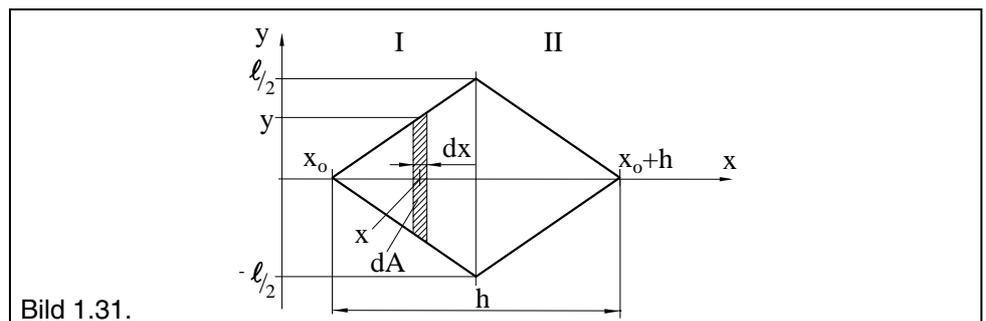


Bild 1.31.

Bei der Bewegung einer Raute wird in dieser nach dem Induktionsgesetz die Spannung  $e_i$  induziert

$$\text{Gl 1.38 } e_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Wir wollen zunächst den Kraftfluss, der die Raute senkrecht durchsetzt,

$$\text{Gl 1.39 } \Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \iint B dx dy$$

bestimmen und dazu annehmen, dass  $B$  in axialer Richtung konstant und somit  $y$ -unabhängig ist. Die Integration über  $dy$  liefert also  $2y$ . Damit ergibt sich für den Fluss

$$\text{Gl 1.40 } \Phi = \int B 2y dx$$

Wie wir aus Bild 1.31 ablesen können, gilt in der Rautenhälfte I

$$\text{Gl 1.41 } y = \frac{\ell}{h} (x - x_0)$$

bzw. mit  $x = r\varphi$ ,  $x_0 = r\varphi_0$ ,  $h = r\pi$

$$\text{Gl 1.42 } y = \frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_0) \quad \text{für } \varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 + \pi/2$$

In der Rautenhälfte II haben wir

$$\text{Gl 1.43 } y = -\frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_0 - \pi) \quad \text{für } \varphi_0 + \pi/2 \leq \varphi \leq \varphi_0 + \pi$$

Aus Gl 1.40 erhalten wir mit Gl 1.42 und der Beziehung  $B = B_0 \sin \varphi$  sowie  $dx = r d\varphi$  den die Rautenhälfte I durchsetzenden Fluss zu

$$\begin{aligned} \text{Gl 1.44 } \Phi_I &= \frac{2}{\pi} B_0 \ell r \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \pi/2} (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi d\varphi = \\ &= \frac{2}{\pi} B_0 \ell r \left[ \sin \varphi - \varphi \cos \varphi + \varphi_0 \cos \varphi \right]_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \pi/2} \end{aligned}$$

$$\text{Gl 1.45 } \Phi_I = \frac{2}{\pi} B_0 \ell r \left( \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \sin \varphi_0 \right)$$

Für den Fluss durch II erhalten wir entsprechend mit Gl 1.43

$$\text{Gl 1.46 } \Phi_{II} = -\frac{2}{\pi} B_0 \ell r \int_{\varphi_0 + \pi/2}^{\varphi_0 + \pi} (\varphi - \varphi_0 - \pi) \sin \varphi d\varphi =$$

$$= -\frac{2}{\pi} B_o \ell r \left[ \sin \varphi - \varphi \cos \varphi + (\varphi_o + \pi) \cos \varphi \right]_{\varphi_o + \pi/2}^{\varphi_o + \pi}$$

$$\text{Gl 1.47 } \Phi_{II} = \frac{2}{\pi} B_o \ell r \left( \cos \varphi_o + \sin \varphi_o - \frac{\pi}{2} \sin \varphi_o \right)$$

Für den gesamten die Raute durchsetzenden Fluss  $\Phi = \Phi_I + \Phi_{II}$  erhalten wir mit Gl 1.45 und Gl 1.47

$$\text{Gl 1.48 } \Phi = \frac{4}{\pi} B_o \ell r \cos \varphi_o$$

Aus dem Induktionsgesetz bekommen wir somit die induzierte Spannung in der Raute zu

$$\text{Gl 1.49 } e_{iR} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{4}{\pi} B_o \ell r \frac{d}{dt} \cos \varphi_o$$

Rotiert die Spule mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega = d\varphi/dt$ , so ist, wenn wir die Zeitachse  $t$  für unsere herausgegriffene Drahtraute bei  $\varphi_o = 0$  beginnen lassen,  $\varphi_o = \omega t$  und deshalb

$$\text{Gl 1.50 } e_{iR} = \frac{4}{\pi} B_o \ell r \omega \sin \omega t$$

An dieser Stelle wollen wir die Rautenform mit einem einzelnen, parallel zur Rotationsachse verlaufenden Leiter der Länge  $\ell_D$  bezüglich der induzierten Spannung vergleichen. Die relative Winkellage des Leiters im Vergleich zur Rautenspitze erfassen wir mit dem Winkel  $\beta$ .

Mit  $v = r\omega$ ,  $B = B_o \sin \varphi$  und  $\varphi = \varphi_o + \beta$  erhalten wir mit Gl 1.34

$$\text{Gl 1.51 } e_{iD} = v B \ell_D = r \omega B_o \ell_D \sin \varphi = B_o \ell_D r \omega \sin(\varphi_o + \beta)$$

Auch hier wollen wir die Zeitachse bei  $\varphi_o = 0$  beginnen lassen, dh.  $\varphi_o = \omega t$

$$\text{Gl 1.52 } e_{iD} = B_o \ell_D r \omega \sin(\omega t + \beta)$$

Wegen  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  ergibt sich für  $\beta = 0$

$$\text{Gl 1.53 } e_{iD} = B_o \ell_D r \omega \sin \omega t$$

Wir wollen nun eine Leiteranordnung gemäss Bild 1.8 wählen, also zwei diametral angeordnete, gerade Leiterstücke zu einer Windung verbinden (für die induzierte Spannung liefern die stirnseitigen Verbindungen keinen Beitrag sondern erhöhen nur den Widerstand). Damit verdoppeln wir  $e_{iD}$ , erhalten also den zweifachen Wert von Gl 1.53. Um die gleiche induzierte Spannung wie in einer einzelnen Raute zu erhalten, können wir also die Länge der geraden Leiterstücke mit  $\ell_D = \ell/2$  ausbilden, d.h. eine derartige Spule um den Faktor  $2/\pi$  verkürzen. Dies folgt aus

$$\text{Gl 1.54 } e_{iR} = e_{iD} = \frac{4}{\pi} B_o \ell r \omega \sin \omega t = 2 B_o \ell_D r \omega \sin \omega t$$

Wegen der Bedingung  $\beta = 0$  wären die geraden Leiterstücke jeweils an den Spitzen der Raute bei  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \pi$  anzuordnen, um auch die gleiche Phasenlage zu erhalten.

Wir wenden uns nun wieder der Berechnung der in der Wicklung induzierten Spannung zu. Wir wollen, wie wir dies bereits bei der Drehmomentberechnung getan haben, eine sehr feine Unterteilung des Kommutators und kontinuierlichen Drahtaustausch voraussetzen. Dann befindet sich ständig in der Position  $\varphi_0 = \omega t$  ein Linienelement  $ds$  des Rotorumfangs, in dem  $v ds = v r d\varphi_0$  Rauten liegen, von denen jede eine induzierte Spannung  $e_{iR}$  nach Gl 1.50 liefert. Im betrachteten Linienelement  $ds$  wird demnach insgesamt die Spannung

$$\text{Gl 1.55} \quad dE = \frac{4}{\pi} B_0 \ell r^2 v \omega \sin \varphi_0 d\varphi_0$$

induziert. Wir gelangen nun zu der insgesamt im Rotor induzierten Spannung, wenn wir die Beiträge  $dE$  sämtlicher Rauten im Intervall  $0 \leq \varphi_0 \leq \pi$  integrieren. (Da die Rotorabschnitte der Intervalle  $0 \leq \varphi_0 \leq \pi$  und  $\pi \leq \varphi_0 \leq 2\pi$  zwischen den Bürsten parallel geschaltet sind, dürfen wir nur über eines dieser Intervalle integrieren). Wir bekommen aus Gl 1.55

$$\begin{aligned} \text{Gl 1.56} \quad E &= \frac{4}{\pi} B_0 \ell r^2 v \omega \int_0^{\pi} \sin \varphi_0 d\varphi_0 = \\ &= \frac{4}{\pi} B_0 \ell r^2 v \omega [-\cos \varphi_0]_0^{\pi} = \end{aligned}$$

$$\text{Gl 1.57} \quad = \frac{8}{\pi} B_0 \ell r^2 v \omega$$

und weiter mit  $v = w/2r\pi$  sowie  $\omega = 2\pi n$

$$\text{Gl 1.58} \quad E = \frac{8}{\pi} B_0 \ell r w n$$

Damit gehen wir, wie vorgesehen, in die Gleichung Gl 1.37 und erhalten daraus die gesuchte Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  vom Drehmoment  $M$  wie folgt:

$$\text{Gl 1.59} \quad n = \frac{\pi}{8} \frac{U}{B_0 \ell r w} - \frac{\pi^3}{32} \frac{R_{\text{Rot}}}{(B_0 \ell r w)^2} M$$

Führen wir noch das spezifische Drehmoment  $k_M$  nach Gleichung Gl 1.31 ein, so erhalten wir weiter

$$\text{Gl 1.60} \quad n = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{U}{k_M} - \frac{R_{\text{Rot}}}{k_M^2} M \right)$$

Mit dieser Geradengleichung können wir die beiden Achsabschnitte im Koordinatensystem  $n(M)$  bestimmen.

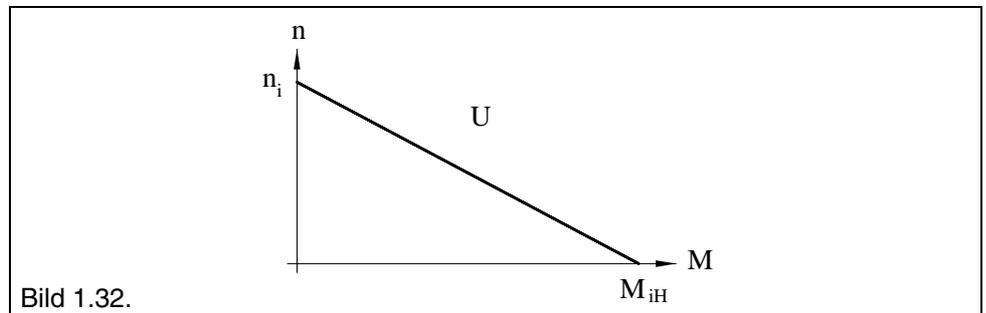
Für den Fall  $M = 0$ , dies entspricht einem unbelasteten Motor ohne jede Verlustreibung  $M_V$ , bekommen wir die sogenannte ideale Leerlaufdrehzahl  $n_i$

$$\text{Gl 1.61 } n_i = \frac{1}{2\pi} \frac{U}{k_M}$$

und mit  $n = 0$ , dies entspricht einem festgebremsten Motor, das sogenannte ideale Haltemoment  $M_{iH}$

$$\text{Gl 1.62 } M_{iH} = \frac{U}{R_{\text{Rot}}} k_M$$

Sowohl die ideale Leerlaufdrehzahl  $n_i$  als auch das ideale Haltemoment  $M_{iH}$  treten nach aussen nicht in Erscheinung. In beiden Fällen sorgt das Verlustdrehmoment  $M_V$  für eine entsprechende Reduktion. Damit können wir nun die Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  vom Drehmoment  $M$  für eine konstante Spannung  $U$  grafisch darstellen



Mit den beiden Parametern  $n_i$  und  $M_{iH}$  können wir die Kennliniensteigung  $\Delta n / \Delta M$  definieren

$$\text{Gl 1.63 } \frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_i}{M_{iH}} = \frac{1}{2\pi} \frac{R_{\text{Rot}}}{k_M^2}$$

damit lässt sich Gleichung Gl 1.60 umformen zu

$$\text{Gl 1.64 } n = n_i \left( 1 - \frac{M}{M_{iH}} \right) = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} M$$

Setzen wir für  $M = M_{V0}$ , dh. es sei nur das Verlustdrehmoment als Belastung wirksam, dann erhalten wir die effektive Leerlaufdrehzahl  $n_o$  mit

$$\text{Gl 1.65 } n_o = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} M_{V0}$$

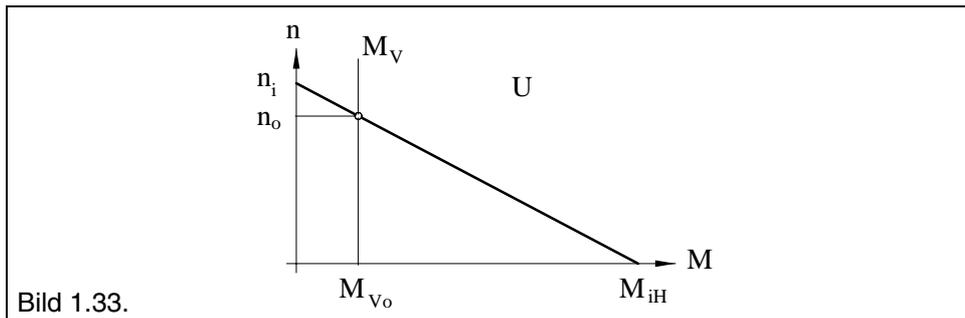


Bild 1.33.

Da  $R_{\text{Rot}}$  mit steigender Temperatur wächst, sinkt, wie wir anhand von Gl 1.62 erkennen, das ideale Haltemoment  $M_{iH}$  und vergrößert, dh. verschlechtert damit die Kennliniensteigung  $\Delta n / \Delta M$ . Bei im Betrieb vorgegebenem Belastungsdrehmoment  $M_b$  sinkt dadurch die Belastungsdrehzahl  $n_b$  zwangsweise geringfügig ab. Für dynamische Vorgänge arbeitet der Motor nun auf einer etwas steileren Kennlinie.

Infolge dieser Zusammenhänge ergibt sich für den Betrieb des Motors mit steigender Temperatur  $\Theta$  eine Kennlinienschar für konstante Spannung  $U$ . Wobei für die Temperatur gilt  $\Theta < \Theta_1 < \Theta_2 < \Theta_3 < \Theta_4$

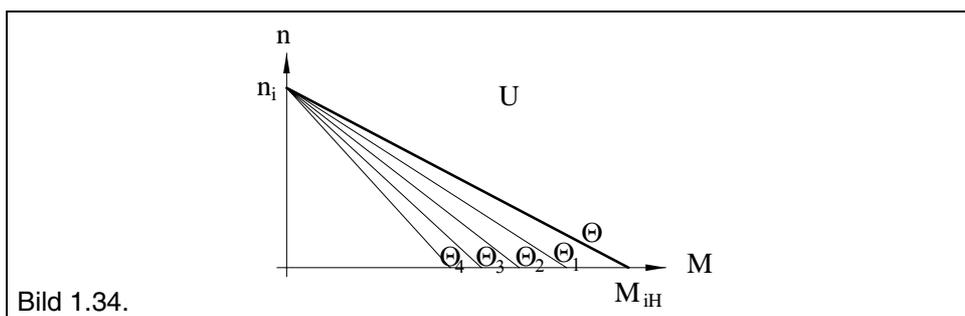


Bild 1.34.

Wegen der mit der Belastung wachsenden Erwärmung darf der Motor nur bis zu einem zulässigen Drehmoment  $M_{Zul}$  betrieben werden. Bei diesem Drehmoment erreicht der Rotor seine Grenztemperatur, bezogen auf eine Umgebungstemperatur von 25 °C. Bei verbesserter Wärmeabgabe liegt der zugehörige Wert des zulässigen Drehmomentes natürlich höher, muss aber andererseits bei höheren Umgebungstemperaturen reduziert werden.

### 1.7.3. Anlaufvorgang

Bezeichnen wir das Trägheitsmoment eines Rotors mit  $J_R$ , so lautet seine Bewegungsgleichung, wenn wir noch den Zusammenhang  $\omega = 2\pi n$  berücksichtigen

$$\text{Gl 1.66 } M_B = J_R \frac{d\omega}{dt} = 2\pi J_R \frac{dn}{dt}$$

Für den Anlaufvorgang steht jedoch nur das Beschleunigungsmoment  $M_B$  aus  $M_B = M - M_V - M_b$  zur Verfügung. Verlustdrehmoment  $M_V$  und auch das Belastungsdrehmoment  $M_b$  reduzieren das erzeugte Drehmoment  $M$ .

Aus Gleichung Gl 1.66 erhalten wir durch Integration für die zum Erreichen einer bestimmten Drehzahl  $n$  vom Stillstand aus erforderliche Zeit  $t$

$$\text{Gl 1.67 } t = 2\pi J_R \int_0^n \frac{dn}{M_B}$$

Setzen wir für den unbelasteten Anlauf vereinfacht auch  $M_V = 0$ , dann wird  $M_B = M$ , und es ergibt sich mit Gl 1.64

$$\text{Gl 1.68 } M_B = M = (n_i - n) \frac{M_{iH}}{n_i}$$

und daher

$$\text{Gl 1.69 } t = 2\pi J_R \frac{n_i}{M_{iH}} \int_0^n \frac{dn}{(n_i - n)} = 2\pi J_R \frac{n_i}{M_{iH}} [-\ln(n_i - n)]_0^n$$

Definieren wir eine mechanische Zeitkonstante  $\tau_m$

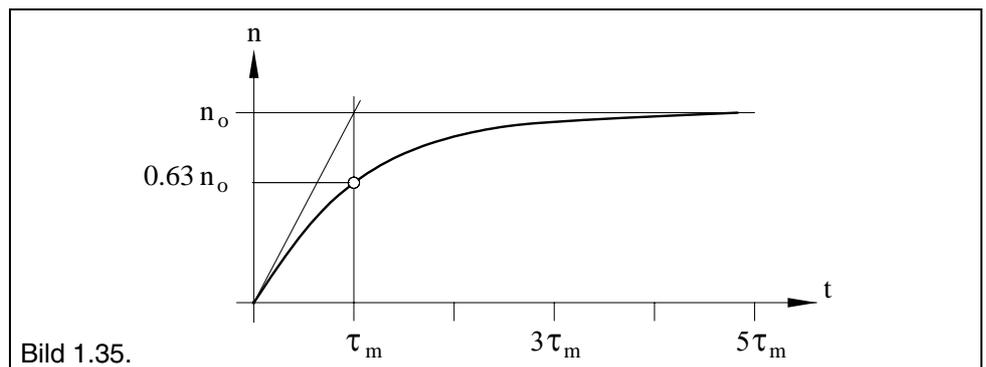
$$\text{Gl 1.70 } \tau_m = 2\pi J_R \frac{n_i}{M_{iH}} = 2\pi J_R \frac{\Delta n}{\Delta M} = J_R \frac{R_{\text{Rot}}}{k_M^2}$$

dann liefert uns das Einsetzen der Integrationsgrenzen

$$\text{Gl 1.71 } -\frac{t}{\tau_m} = \ln \frac{n_i - n}{n_i}$$

oder entsprechend umgeformt den idealisierten Drehzahlverlauf während des Anlaufvorganges

$$\text{Gl 1.72 } n = n_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right) \quad \text{real ergibt sich } n = n_o \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right)$$



Wir sehen also, dass die Drehzahl nach dem Einschalten des Motors nach einer Exponentialfunktion anwächst. Natürlich kann die ideale Leerlaufdrehzahl  $n_i$  tatsächlich nicht erreicht werden. Das erzeugte Drehmoment  $M$  wird auf jeden Fall um das Verlustdrehmoment  $M_V$  reduziert. Der Motor läuft also nur bis zur Leerlaufdrehzahl  $n_o$  hoch. Für  $t = \tau_m$  wird  $n = 0,63n_o$ , oder nach  $t = 3\tau_m$  wird bereits  $n = 0,95n_o$  erreicht, dh. der Anlaufvorgang ist praktisch nach Ablauf von drei mechanischen Zeitkonstanten abgeschlossen.

Da die Glockenläuferrotoren im **maxon**-Motorenprogramm im wesentlichen nur aus der Wicklung bestehen, sind ihre Trägheitsmomente  $J_R$  und dementspre-

chend ihre Zeitkonstanten  $\tau_m$  sehr klein. Sie bewegen sich im Bereich von 0,004 bis 0,035 Sekunden.

In der Praxis tritt der Fall des unbelasteten, leer hochlaufenden Motors allerdings nur selten auf. Meistens wird der Motor über ein Abtriebsselement, sei es nun ein Ritzel oder eine Riemenscheibe, mit der zu bewegenden Last verbunden und dadurch mit einem zusätzlichen Belastungsträgheitsmoment  $J_b$  versehen.

Für den praktischen Anlaufvorgang ist demnach das gesamte auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment  $J = J_R + J_b$  zu berücksichtigen. Damit wird die Zeitkonstante des gesamten Systems, bestehend aus Motor plus Last

$$\text{Gl 1.73 } \tau_{\text{mges}} = (J_R + J_b) 2\pi \frac{n_i}{M_{iH}}$$

oder bezogen auf die mechanische Zeitkonstante  $\tau_m$  des Motors allein

$$\text{Gl 1.74 } \tau_{\text{mges}} = \tau_m \left(1 + \frac{J_b}{J_R}\right)$$

dh. bereits bei einem zusätzlichen Belastungsträgheitsmoment von  $J_b = J_R$  verdoppelt sich die mechanische Zeitkonstante des Systems.

#### 1.7.4. Leistung

Wenn wir uns jetzt mit der Ermittlung der vom Motor abgegebenen Leistung  $P$  beschäftigen wollen, können wir von einigen aus der Mechanik bekannten Voraussetzungen ausgehen.

Für die mechanisch verrichtete Arbeit  $W_{\text{mech}}$  einer Kraft  $F$  längs einer Wegstrecke  $s$  gilt

$$\text{Gl 1.75 } W_{\text{mech}} = \int_0^s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

Desgleichen können wir für die rotatorisch mechanisch verrichtete Arbeit  $W_{\text{mech}}$  eines Drehmomentes  $M_b$  über einen Winkel  $\varphi$  angeben

$$\text{Gl 1.76 } W_{\text{mech}} = \int_0^{\varphi} M_b d\varphi$$

Da die Leistung  $P$  als Arbeit pro Zeiteinheit definiert ist, ergibt sich für unseren Fall der Rotation

$$\text{Gl 1.77 } P_{\text{mech}} = \frac{dW_{\text{mech}}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^{\varphi} M_b d\varphi$$

und wenn wir eine gleichförmige Bewegung ( $d\varphi/dt = \omega = 2\pi n = \text{konstant}$ ) bei konstantem Moment  $M_b$  voraussetzen, die allgemein bekannte Gleichung

$$\text{Gl 1.78 } P_{\text{mech}} = M_b \omega = M_b 2\pi n$$

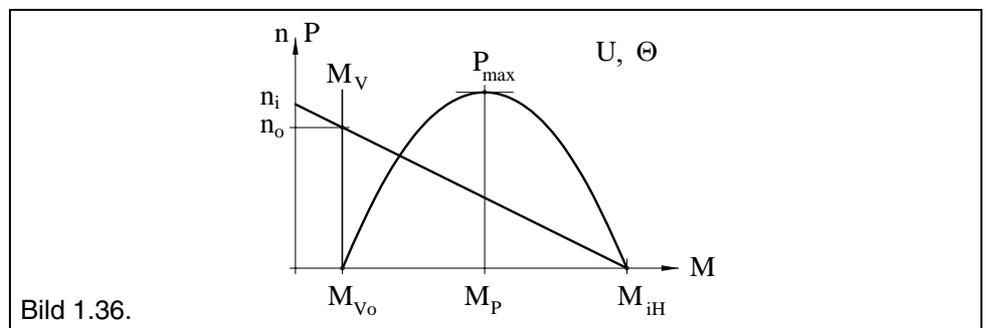
Berücksichtigen wir die Aufteilung des erzeugten Drehmomentes  $M$  in abgegebenes Drehmoment  $M_b$  und Verlustdrehmoment  $M_v$ , also  $M = M_b + M_v$ , dann erhalten wir

Gl 1.79

$$P = P_{\text{mech}} = M_b 2\pi n = 2\pi n_i \left(1 - \frac{M}{M_{iH}}\right) M_b = 2\pi n_i \frac{M_{iH} - M_b - M_v}{M_{iH}} M_b$$

$$\text{Gl 1.80 } P = 2\pi n_i \frac{(M_{iH} - M_v) M_b - M_b^2}{M_{iH}}$$

Nehmen wir wieder zur Vereinfachung das Verlustdrehmoment  $M_v$  als drehzahlunabhängig an, dann lässt sich die sogenannte Leistungsparabel grafisch wie folgt darstellen



Das Maximum dieser quadratischen Funktion kann durch das Nullsetzen der ersten Ableitung gefunden werden.

$$\text{Gl 1.81 } \frac{dP}{dM_b} = 2\pi n_i \frac{M_{iH} - M_v - 2M_b}{M_{iH}} = 0$$

Damit ergibt sich für das Belastungsmoment  $M_P$ , bei welchem die maximale Leistung des Motors abgegeben wird,

$$\text{Gl 1.82 } M_P = \frac{M_{iH} - M_v}{2}$$

Eingesetzt in Gleichung Gl 1.80 bekommen wir die maximale Leistung  $P_{\text{max}}$  unter Vernachlässigung der Rotorerwärmung

$$\text{Gl 1.83 } P_{\text{max}} = \frac{\pi}{2} n_i \frac{(M_{iH} - M_v)^2}{M_{iH}}$$

In der realen Anwendung kann der Motor nur dann mit der maximalen Leistung betrieben werden, wenn mit dem Belastungsdrehmoment  $M_b$  die zulässige Grenze von  $M_b \leq M_{\text{zul}} = k_M I_{\text{zul}}$  nicht überschritten wird (siehe auch 1.7.7.2).

## 1.7.5. Wirkungsgrad

Definitionsgemäss verstehen wir allgemein unter dem Wirkungsgrad  $\eta$  das Verhältnis von abgegebener Leistung  $P$  zu aufgenommener Leistung  $P_{zu}$ . Bei einer idealen, verlustlosen Maschine ergibt sich damit ein Wirkungsgrad  $\eta = 1$  aus der Gleichheit von  $P = P_{zu}$ . In der Realität sieht die Sache schon etwas ungünstiger aus. Dies soll in der folgenden Ableitung vereinfacht dargestellt werden.

$$\text{Gl 1.84 } \eta = \frac{P}{P_{zu}}$$

Für die abgegebene Leistung  $P$  können wir Gl 1.80 und für die zugeführte Leistung  $P_{zu} = UI$  einsetzen. Damit ergibt sich für den Wirkungsgrad  $\eta$

$$\text{Gl 1.85 } \eta = \frac{P}{P_{zu}} = \frac{2\pi n_i (M_{iH} - M_v)M_b - M_b^2}{UI M_{iH}}$$

Aus Gl 1.61 für  $n_i$  und Gl 1.30 für  $I$ , sowie der Beziehung  $M = M_b + M_v$ , ergibt sich für den Wirkungsgrad  $\eta$  als Funktion des Belastungsdrehmomentes  $M_b$  weiter

$$\text{Gl 1.86 } \eta = \frac{(M_{iH} - M_v)M_b - M_b^2}{(M_b + M_v)M_{iH}}$$

Den prinzipiellen Verlauf der Wirkungsgradkurve können wir im folgenden Bild sehen. Die Kurve zeigt ein ausgeprägtes Maximum, welches wir rechnerisch ableiten wollen.

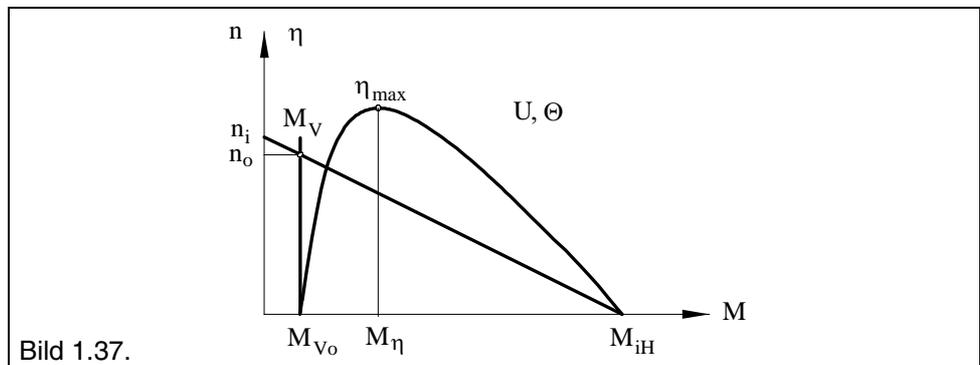


Bild 1.37.

Das Maximum der Funktion finden wir bekanntlich durch Nullsetzen der ersten Ableitung wie folgt

$$\text{Gl 1.87 } \frac{d\eta}{dM_b} = 0$$

Bei Anwendung der Quotientenregel auf die Wirkungsgradfunktion erhalten wir

$$\text{Gl 1.88 } M_b^2 + 2M_v M_b + (M_v^2 - M_v M_{iH}) = 0$$



### 1.7.7. Thermische Eigenschaften

Die im Motor entstehenden Verluste  $P_V$  setzen sich aus zwei Hauptkomponenten zusammen, die je nach Betriebszustand unterschiedlich stark in Erscheinung treten. Bei kleinen Belastungen dominieren i.allg. die Reibungsverluste  $P_R = M_V \omega$ , bei höheren Belastungen die Joule'schen oder Stromwärmeverluste  $P_J = I^2 R_\Theta$ . Verluste, die sich als mechanische Schwingungen oder als Geräusche bemerkbar machen, können wir bei unseren prinzipiellen Ueberlegungen den Reibungsverlusten zuordnen.

$$\text{Gl 1.93 } P_V = P_R + P_J = M_V \omega + I^2 R_\Theta$$

#### 1.7.7.1. Maximale Verlustleistung

Der Wärmetransport aus dem Inneren eines Motors an die umgebende Luft erfolgt gleichzeitig durch drei verschiedene Mechanismen der Wärmeübertragung. Man unterscheidet zwischen Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung.

Kennzeichnend für den Vorgang der Wärmeleitung ist die sogenannte Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ , die für Metalle grössenordnungsmässig um den Faktor 100 besser ist als für Isolierstoffe. Der Energiefluss ist proportional dem Produkt von  $\lambda \Delta\Theta d$  ( $\Delta\Theta$  = Differenz der absoluten Temperaturen).

Die Konvektion wird durch die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  beschrieben, die von der spezifischen Wärme und dem Bewegungszustand des Transportmediums abhängt. Der Energiefluss ist proportional dem Produkt von  $\alpha \Delta\Theta A$  ( $\Delta\Theta$  = Differenz der absoluten Temperaturen).

Die Wärmestrahlung lässt sich durch die Strahlungszahl  $C_S$  beschreiben, die den Vergleich zum schwarzen Körper beinhaltet. Der Energiefluss ist proportional dem Produkt von  $(\Theta_K^4 - \Theta_U^4)A$  ( $\Theta_K$  und  $\Theta_U$  als absolute Temperaturen einzusetzen).

Je nach Umgebungs- und Betriebsbedingungen ist der jeweilige Anteil der drei Mechanismen zur gesamten Wärmeübertragung verschieden und lässt sich daher nur mit Einschränkungen in einer allgemeingültigen, drehzahl- und temperaturunabhängigen Form darstellen. Beispielsweise ist die Wärmestrahlung für Temperaturdifferenzen bis zu 100°C praktisch zu vernachlässigen, wird aber darüber zunehmend wirkungsvoll. Ebenso kann sich bei festgebremstem Motor im Stillstand nahezu keine Konvektion ausbilden, und dieser Anteil entfällt. Hingegen ist bei steigenden Drehzahlen mit einer echten Zunahme der Konvektion und damit einer Verbesserung der Wärmeübergangszahl  $\alpha$  zu rechnen.

Für die vereinfachte mathematische Beschreibung der Wärmeübertragung lassen sich die drei Mechanismen als sogenannter Wärmewiderstand  $R_{th}$  zusammenfassen, und damit lässt sich in Analogie zum elektrischen Stromkreis ein Wärmefluss-Ersatzschaltbild mit dem Wärmestrom  $P_V$  und einer Temperaturdifferenz  $\Delta\Theta$  erstellen:

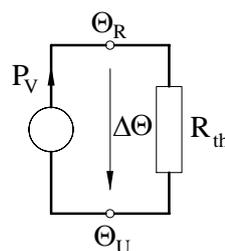


Bild 1.39.

$$\text{Gl 1.94 } \Delta\Theta = P_V R_{th} = \Theta_R - \Theta_U$$

Angewendet auf die Verhältnisse in einem Motor gehen wir von einer maximal zulässigen Rotortemperatur  $\Theta_{Rmax}$  aus. Mit Berücksichtigung der Umgebungstemperatur  $\Theta_U$  ergibt sich damit für die maximale abführbare Verlustleistung  $P_{Vzul}$  der Zusammenhang

$$\text{Gl 1.95 } \Delta\Theta = \Theta_{Rmax} - \Theta_U = P_{Vzul} R_{th}$$

$$\text{Gl 1.96 } P_{Vzul} = \frac{\Delta\Theta}{R_{th}} = \frac{\Theta_{Rmax} - \Theta_U}{R_{th}}$$

In der vorliegenden Darstellung haben wir den gesamten Wärmewiderstand  $R_{th}$  eingesetzt, welcher zwischen Rotor und Motorumgebung wirksam wird. Bedingt durch die Motorkonstruktion läuft der Rotor in einem Stator, gibt also demnach seine Verlustwärme erst an den Stator und dann an die Umgebung ab. Wir können daher den gesamten Wärmewiderstand  $R_{th}$  sinnvollerweise unterteilen in einen inneren und einen äusseren Anteil. Mit dem inneren Wärmewiderstand  $R_{th1}$  erfassen wir den Wärmetransport zwischen Rotor und Stator, mit dem äusseren Wärmewiderstand  $R_{th2}$  den Wärmetransport zwischen Stator und Umgebung.

$$\text{Gl 1.97 } R_{th} = R_{th1} + R_{th2}$$

Insbesondere der äussere Wärmewiderstand  $R_{th2}$  kann durch relativ einfache Massnahmen (Kühlrippen, metallische Befestigung, forcierte Stator Kühlung) reduziert werden und erlaubt damit unter reinen Erwärmungsgesichtspunkten eine höhere Belastung des Motors.

Mit diesen Erwärmungsparametern erhalten wir für den stationären Betrieb des Motors eine maximal abführbare Verlustleistung  $P_{Vzul}$

$$\text{Gl 1.98 } P_{Vzul} = \frac{\Theta_{Rmax} - \Theta_U}{R_{th1} + R_{th2}}$$

Damit können wir unser Wärmefluss-Ersatzschaltbild mit der Stator- oder Gehäusetemperatur  $\Theta_S$  ausführlicher darstellen

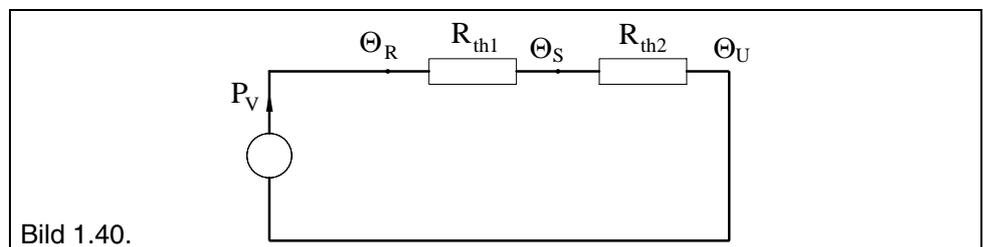


Bild 1.40.

und auch eine Abschätzung der auftretenden Temperaturpegel vornehmen

$$\text{Gl 1.99 } \Theta_S = \Theta_U + P_V R_{th2}$$

$$\text{Gl 1.100 } \Theta_R = \Theta_U + P_V (R_{th1} + R_{th2})$$

## 1.7.7.2. Maximaler Belastungsstrom

Wie bereits in der Wirkungsgradbetrachtung dargestellt, kann die vom Motor aufgenommene Leistung  $P_{zu}$  als Summe von Verlustleistung  $P_V$  und abgegebener Leistung  $P$  bestimmt werden.

$$\text{Gl 1.101 } P_{zu} = P_V + P$$

Über den Wirkungsgrad  $\eta$  im jeweiligen Belastungspunkt  $P$  gerechnet, ergeben sich die als Erwärmung in Erscheinung tretenden Verluste  $P_V$  zu

$$\text{Gl 1.102 } P_V = P_{zu} - P = \left( \frac{P_{zu}}{P} - 1 \right) P = \frac{1 - \eta}{\eta} P$$

Wie man leicht erkennen kann, nehmen die Verluste  $P_V$  prinzipiell mit steigender Abgabeleistung  $P$  zu, müssen aber wegen der maximal zulässigen Erwärmung des Motors limitiert werden.

Zum besseren Verständnis wollen wir zwei Grenzfälle betrachten. Bei festgebremstem Motor oder zum Zeitpunkt  $t = 0$  des Anlaufes wird keine mechanische Leistung  $P$  abgegeben, sondern die ganze zugeführte Leistung  $P_{zu}$  als Joulesche Verlustleistung  $P_J$  umgesetzt ( $P_{zu} = P_J = I^2 R_\Theta$ ). Wegen des Stillstandes gibt es natürlich auch keine Reibungsverluste. Der andere Grenzfall tritt beim leerlaufenden Motor auf. In diesem Fall wird ebenfalls keine Leistung  $P$  abgegeben, sondern die zugeführte Leistung  $P_{zu}$  in die Reibungsleistung  $P_R$  und Joulesche Verlustleistung  $P_J$  investiert ( $P_{zu} = P_R + P_J = M_V \omega_0 + I^2 R_\Theta$ ).

Der uns in diesem Zusammenhang interessierende Belastungsfall, bei dem der Rotor seine maximal zulässige Temperatur erreicht, liegt irgendwo zwischen diesen beiden Grenzfällen. Wir wollen für eine vereinfachte, aber in den meisten Fällen durchaus zulässige Rechnung die Reibungsverluste  $P_R$  vernachlässigen und nur die Jouleschen Verluste  $P_J$  berücksichtigen. Damit ergibt sich folgender vereinfachter Zusammenhang

$$\text{Gl 1.103 } P_{Vzul} = P_J = I_{zul}^2 R_{\Theta max}$$

Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes  $R$  kann bekanntlich dargestellt werden als

$$\text{Gl 1.104 } R_\Theta = R_{25} [1 + \alpha_{Cu} (\Theta - 25)] \quad \text{bzw.} \\ R_{\Theta max} = R_{25} [1 + \alpha_{Cu} (\Theta_{R max} - 25)]$$

Aus diesen Gleichungen erhalten wir den maximal zulässigen Belastungsstrom  $I_{zul}$

$$\text{Gl 1.105 } I_{zul} = \sqrt{\frac{P_{Vzul}}{R_{\Theta max}}}$$

oder mit Berücksichtigung der Wärmewiderstände und Temperaturen

$$\text{Gl 1.106 } I_{zul} = \sqrt{\frac{\Theta_{R max} - \Theta_U}{(R_{th1} + R_{th2}) R_{\Theta max}}}$$

Wie man erkennen kann, wirkt sich eine Erhöhung der maximal zulässigen Rortemperatur  $\Theta_{Rmax}$  stärker auf die Zunahme des zulässigen Belastungsstromes  $|z_{ul}|$  aus, als durch den damit verbundenen grösseren Rotorwiderstand  $R_{\Theta max}$  wieder verloren geht.

### 1.7.7.3. Erwärmung und thermische Zeitkonstanten

Bei den bisherigen Ueberlegungen gingen wir von einem stationären Zustand der Erwärmungsvorgänge aus. Für unsere weiteren Betrachtungen wollen wir noch den zeitlichen Temperaturverlauf von Rotor und Stator ermitteln. Die während der Zeit  $dt$  in der Rotorspule entwickelte Verlustleistung  $P_V$  wird teilweise vom Rotor über eine Temperaturerhöhung als Wärme gespeichert, aber auch als Wärmestrom an den Stator abgegeben. Die Summe von erzeugter Wärme und gespeicherter bzw. abgegebener Wärme muss natürlich null sein. Wie wir später noch sehen werden, ist die Wärmekapazität des Stators ein Vielfaches der des Rotors. Für eine vereinfachte Rechnung können wir daher die Statortemperatur als konstant annehmen. Damit können wir durch folgenden Ansatz das Wärmegleichgewicht erfassen:

$$\text{Gl 1.107 } P_V dt - \frac{\Theta_R - \Theta_S}{R_{th1}} dt - C_R d\Theta = 0$$

wobei wir die Wärmekapazität  $C_R = m_R c_R$  des Rotors als Parameter einführen.

$$\text{Gl 1.108 } R_{th1} C_R \frac{d\Theta_R}{dt} + \Theta_R - \Theta_S - P_V R_{th1} = 0$$

Damit erhalten wir eine inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung für die Rotortemperatur  $\Theta_R$

$$\text{Gl 1.109 } R_{th1} C_R \frac{d\Theta_R}{dt} + \Theta_R = \Theta_S + P_V R_{th1}$$

deren Lösung in zwei Schritten gefunden werden kann.

Eine partikuläre Lösung  $\Theta_{Rp}$  der inhomogenen Differentialgleichung lässt sich in diesem Fall sofort angeben mit

$$\text{Gl 1.110 } \Theta_{Rp} = \Theta_S + P_V R_{th1}$$

Die Lösung der homogenen Differentialgleichung für  $\Theta_{Rh}$  erhalten wir durch Trennung der Variablen und anschliessende Integration.

$$\text{Gl 1.111 } R_{th1} C_R \frac{d\Theta_{Rh}}{dt} + \Theta_{Rh} = 0$$

$$\text{Gl 1.112 } \frac{d\Theta_{Rh}}{\Theta_{Rh}} = - \frac{1}{R_{th1} C_R} dt$$

$$\text{Gl 1.113 } \ln \Theta_{Rh} - \ln c_e = - \frac{1}{R_{th1} C_R}$$

Der Nenner des Bruches wird als thermische Zeitkonstante  $\tau_{th1}$  definiert und für die weiteren Ableitungen verwendet.

$$\text{Gl 1.114 } \tau_{th1} = R_{th1} C_R = R_{th1} m_R c_R$$

Nach der Integration ergibt sich die Lösung  $\Theta_{Rh}$  der homogenen Differentialgleichung mit einer noch zu bestimmenden Integrationskonstanten  $c_e$

$$\text{Gl 1.115 } \Theta_{Rh} = c_e e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

Die allgemeine Lösung setzt sich bekanntlich zusammen aus einem partikulären Integral der inhomogenen Differentialgleichung und der Lösung der homogenen Differentialgleichung

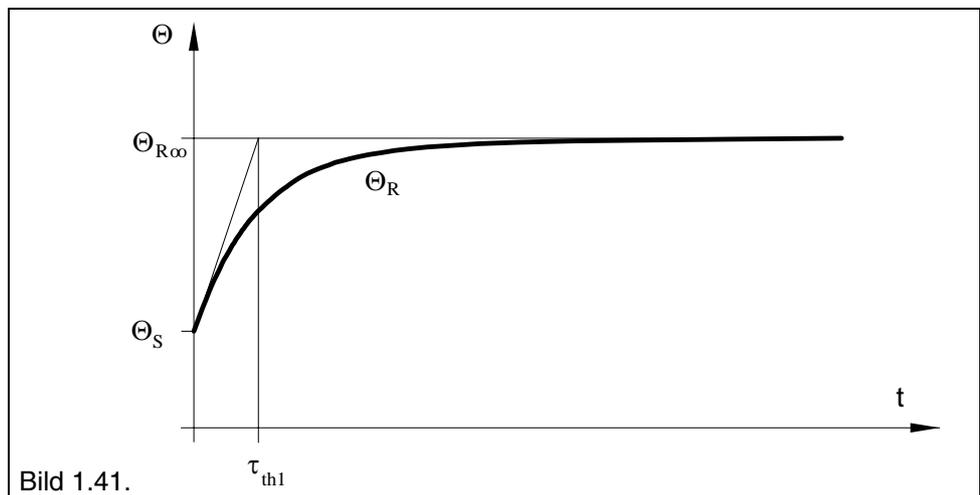
$$\text{Gl 1.116 } \Theta_R = \Theta_{Rp} + \Theta_{Rh} = \Theta_S + P_V R_{th1} + c_e e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

Wenn wir die Anfangsbedingungen benutzen (dh. zur Zeit  $t = 0$  muss die Rotortemperatur gleich der Statortemperatur sein, also  $\Theta_R = \Theta_S$ ), erhalten wir für die Integrationskonstante  $c_e$

$$\text{Gl 1.117 } c_e = -P_V R_{th1}$$

und damit für die gesuchte Funktion  $\Theta_R$  den Zusammenhang

$$\text{Gl 1.118 } \Theta_R = \Theta_S + P_V R_{th1} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}} \right)$$



Für den stationären Zustand, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Rotortemperatur  $\Theta_R$

$$\text{Gl 1.119 } \Theta_{R\infty} = \Theta_S + P_V R_{th1}$$

Grundsätzlich gelten für die Statorerwärmung die gleichen Überlegungen, dh. auch hier tritt ein zeitlich verzögerter Temperaturanstieg auf. Die vom Rotor an den Stator zugeführte Energie wird nur zum Teil gespeichert, der andere Teil aber an die Umgebung abgegeben.

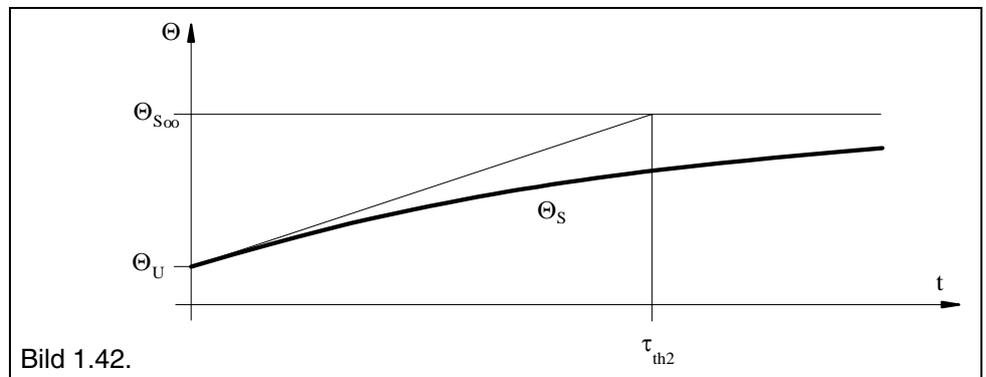
Ohne auf die äquivalente Ableitung einzugehen, können wir auch beim Stator eine wegen der wesentlich grösseren Masse jedoch auch erheblich grössere thermische Zeitkonstante  $\tau_{th2}$  angeben ( $\tau_{th2} \gg \tau_{th1}$ )

$$\text{Gl 1.120 } \tau_{th2} = R_{th2} C_S = R_{th2} m_S c_S$$

Im allgemeinen ist  $R_{th2} > R_{th1}$ , kann aber durch geeignete Massnahmen (forcierte Kühlung oder Vergrößerung der wärmeabgebenden Oberfläche mittels Kühlkörper) verbessert werden.

Der zeitliche Temperaturverlauf des Stators folgt auch hier einer e-Funktion, ist aber deutlich verlangsamt.

$$\text{Gl 1.121 } \Theta_S = \Theta_U + P_V R_{th2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th2}}} \right)$$



Für den stationären Zustand, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Statortemperatur  $\Theta_S$

$$\text{Gl 1.122 } \Theta_{S\infty} = \Theta_U + P_V R_{th2}$$

In der Realität tritt die Erwärmung von Rotor und Stator natürlich simultan auf, was sich in der nicht exakt nach einer e-Funktion verlaufenden Temperaturkurve äussert. Wie man aus diesen beiden Zeitfunktionen für  $\Theta_R$  und  $\Theta_S$  deutlich erkennen kann, ist eine Temperaturüberwachung des Stators viel zu träge, um einen Schutz für den Rotor zu gewährleisten.

#### 1.7.7.4. Abkühlung

In ähnlicher Form lässt sich auch der Abkühlungsvorgang rechnerisch darstellen. Wir gehen nun davon aus, dass sich die Rotorspule auf der maximal zulässigen Rotortemperatur befindet und in ihr keine weitere Verlustleistung erzeugt wird. ( $\Theta_{Rmax}$  erreicht und  $P_V dt = 0$ ). Die im Rotor mit der Temperatur  $\Theta_{Rmax}$  gespeicherte Wärmeenergie wird an den Stator mit der Temperatur  $\Theta_S$  abgegeben. Damit sieht der Ansatz für die Wärmegleichung folgendermassen aus, wenn man die Statorabkühlung vorerst vernachlässigt:

$$\text{Gl 1.123 } \frac{\Theta_R - \Theta_S}{R_{th1}} dt + C_R d\Theta_R = 0$$

Wir erhalten wieder eine ganz ähnliche inhomogene Differentialgleichung wie beim Erwärmungsvorgang

$$\text{Gl 1.124 } R_{th1} C_R \frac{d\Theta_R}{dt} + \Theta_R = \Theta_S$$

mit einem partikulären Integral

$$\text{Gl 1.125 } \Theta_{Rp} = \Theta_S$$

Die homogene Differentialgleichung ist identisch mit der des Erwärmungsvorganges

$$\text{Gl 1.126 } R_{th1} C_R \frac{d\Theta_{Rh}}{dt} + \Theta_{Rh} = 0$$

und hat auch formal die gleiche Lösung

$$\text{Gl 1.127 } \Theta_{Rh} = c_a e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

Wir erhalten wieder die allgemeine Lösung aus der Summe der beiden Teillösungen

$$\text{Gl 1.128 } \Theta_R = \Theta_{Rh} + \Theta_{Rp} = \Theta_S + c_a e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

und können die Integrationskonstante  $c_a$  aus der Anfangsbedingung bestimmen, dh. zur Zeit  $t = 0$  liegt die Rotortemperatur bei  $\Theta_{Rmax}$ . Dies ergibt

$$\text{Gl 1.129 } c_a = \Theta_{Rmax} - \Theta_S$$

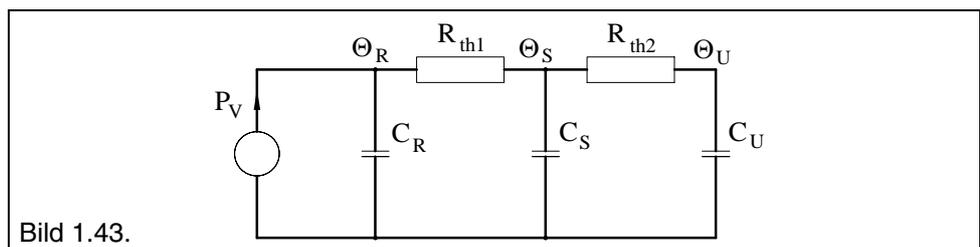
und wir bekommen für die gesuchte Funktion  $\Theta_R$  den Zusammenhang

$$\text{Gl 1.130 } \Theta_R = \Theta_S \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}} \right) + \Theta_{Rmax} e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

Für den stationären Zustand, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Rotortemperatur, wie man sich leicht durch Einsetzen überzeugen kann, mit

$$\text{Gl 1.131 } \Theta_{R\infty} = \Theta_S$$

Analog zum bereits dargestellten Wärmefluss-Ersatzschaltbild für den stationären Zustand, lässt sich nun der zeitliche Ablauf durch die Berücksichtigung der Wärmekapazitäten vervollständigen, und man erhält folgende Darstellung



Die Wärmekapazität  $C_U$  der Umgebung ist praktisch als unendlich anzusetzen, da der Motor im Normalfall die Umgebungstemperatur wohl kaum verändert. Nach unendlich langer Zeit sind die Wärmekapazitäten  $C_R$  und  $C_S$  aufgeladen und ihr Einfluss verschwunden. Der damit erreichte stationäre Zustand entspricht wieder unserer vorherigen Darstellung.

### 1.7.7.5. Intervallbetrieb

Häufig arbeiten Motoren im ON-OFF oder Intervallbetrieb. Er ist gekennzeichnet durch den fortwährenden Wechsel von Zeitabschnitten  $t_e$  mit entstehender Verlustleistung  $P_V$  und Zeitabschnitten  $t_a$  ohne Verlustleistung. Während der Zeit  $t_e$  erwärmt sich der Motor, in der Zeit  $t_a$  kühlt er sich ab. Man bezeichnet mit  $t_e + t_a = t_s$  die Spieldauer und das Verhältnis von  $t_e / t_s$  als relative Einschaltdauer ED. Nach einer grösseren Anzahl von Spielen unterscheiden sich die Temperaturen zu Beginn und am Ende des Spieles nicht mehr voneinander. Wir wollen diesen Zeitpunkt mit  $t_n$  bezeichnen. Dies gilt sowohl für die Rotor- als auch für die Statortemperatur.

Für die nachfolgende Darstellung gilt  $t_e = (t_{n+2} - t_{n+1})$  sowie  $t_a = (t_{n+3} - t_{n+2})$  und für die gesamte Spieldauer  $t_s = (t_{n+3} - t_{n+1})$ .

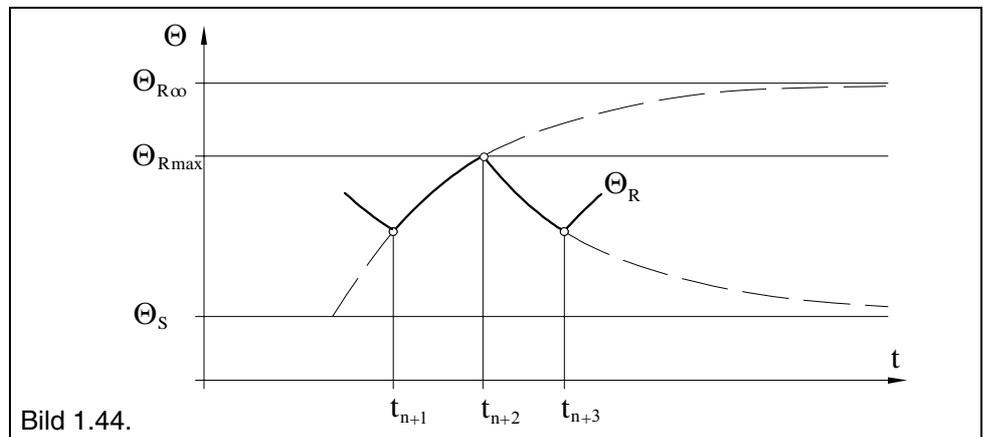


Bild 1.44.

Wenn die Spieldauer  $t_s$  kurz ist im Verhältnis zur thermischen Zeitkonstante  $\tau_{th}$  kann die Temperaturschwankung innerhalb des Spieles vernachlässigt werden und die Erwärmung so gerechnet werden, als ob dauernd ein Strom mit äquivalentem Effektivwert fließen würde. Dies können wir aus folgender Ueberlegung herleiten:

Da die Temperaturschwankung  $\Delta\Theta = \Theta_{max} - \Theta_{min}$  innerhalb der Spieldauer  $t_s$  als klein von höherer Ordnung angesehen werden kann, können wir  $\Theta_{max}$  durch eine mittlere Temperatur  $\Theta_m$  ersetzen. Es muss dann die während der Spieldauer  $t_s$  abgeführte Verlustleistung gleich der Summe der in den einzelnen Spielabschnitten  $t_{e_i}$  erzeugten Verlustleistungen sein (ansonsten würde ja die Temperatur weiter steigen oder sinken). Der Ansatz gilt für beliebig komplizierte Spiele. Treten also während der Zeiten  $t_1, t_2, \dots, t_n$  die Verlustleistungen  $P_{V1}, P_{V2}, \dots, P_{Vn}$  auf ( wobei einzelne  $P_{V_i}$  auch Null sein können), dann können wir das Gleichgewicht von abgegebener und erzeugter Verlustleistung auch schreiben als

$$\text{Gl 1.132} \quad \frac{\Theta}{R_{th}} (t_1 + t_2 + \dots + t_n) = P_{V1} t_1 + P_{V2} t_2 + \dots + P_{Vn} t_n$$

$$\text{Gl 1.133 } \Theta_m = R_{th} \frac{P_{V1}t_1 + P_{V2}t_2 + \dots + P_{Vn}t_n}{(t_1 + t_2 + \dots + t_n)} = \frac{R_{th} \sum_{i=1}^n P_{Vi}t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}$$

Da wir davon ausgehen können, dass die Verlustleistungen  $P_{Vi}$  als Stromwärmeverluste erzeugt werden, sind die  $P_{Vi}$  proportional den Quadraten von  $I_i$ . Damit lässt sich der Zusammenhang für die mittlere Temperatur auch schreiben als

$$\text{Gl 1.134 } \Theta_m \approx \frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} = \frac{\sum_{i=1}^n I_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}$$

dies bedeutet aber in Integralform mit dem Strommomentanwert  $i$  nichts anderes als

$$\text{Gl 1.135 } \Theta_m \approx \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = I_{eff}^2$$

Für den Fall, dass die Spieldauer  $t_s$  gleich oder grösser ist als die thermische Zeitkonstante, kann die Erwärmungsrechnung in Einzelschritten durchgeführt werden um sicherzustellen, dass die maximal zulässige Temperatur nicht überschritten wird.

## 2. Elektronisch kommutierte Gleichstrommotoren mit nutenlosem Stator

### 2.1. Wirkungsweise

Die im Abschnitt 1.2 festgestellte Kraftwirkung auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld kann man über das physikalische Grundgesetz 'Aktion = Reaktion' auch umgekehrt anwenden. Die gleiche Kraftwirkung, die vom Magneten auf den stromdurchflossenen Leiter ausgeübt wird, tritt natürlich mit entgegengesetztem Vorzeichen als Kraftwirkung des stromdurchflossenen Leiters auf den Magneten in Erscheinung.

Während also beim sogenannten Glockenläufermotor die Wicklung im Luftspalt zwischen Permanentmagnet und Rückschluss um den Permanentmagnet rotiert, ist beim bürstenlosen Motor die Wicklung fest mit dem Stator verbunden und der mit der Welle verbundene Permanentmagnet bildet den Rotor.

Das im Abschnitt 1.3 abgeleitete Drehmoment auf eine Leiterschleife kann demnach direkt für die Kraftwirkung auf einen drehbaren Permanentmagneten übernommen werden.

Beim bürstenlosen dreiphasigen **maxon-EC-Motor** (EC = electronic commutation) wird die Wicklung ebenfalls als Rautenwicklung ausgeführt und in der Bohrung eines nutenlosen Stators fixiert. Um ein umlaufendes Drehfeld mit Hilfe der Statorwicklung zu ermöglichen, muss die Wicklung in mindestens drei Teilwicklungen unterteilt werden. Anstelle des mechanischen Kommutators übernimmt nun eine geeignete Schaltelektronik die Stromzufuhr zu den einzelnen Teilwicklungen.

Voraussetzung für die richtige Stromversorgung der Teilwicklungen ist die Kenntnis der relativen Winkellage des Permanentmagnetrotors. Beim **maxon-EC-Motor** wird die erforderliche Rotorstellungserkennung mit Hilfe von drei um  $120^\circ$  versetzten Hallsensoren durchgeführt, die einen mit dem Rotor umlaufenden Magnetring abtasten und damit die Winkellage des Rotors erfassen.

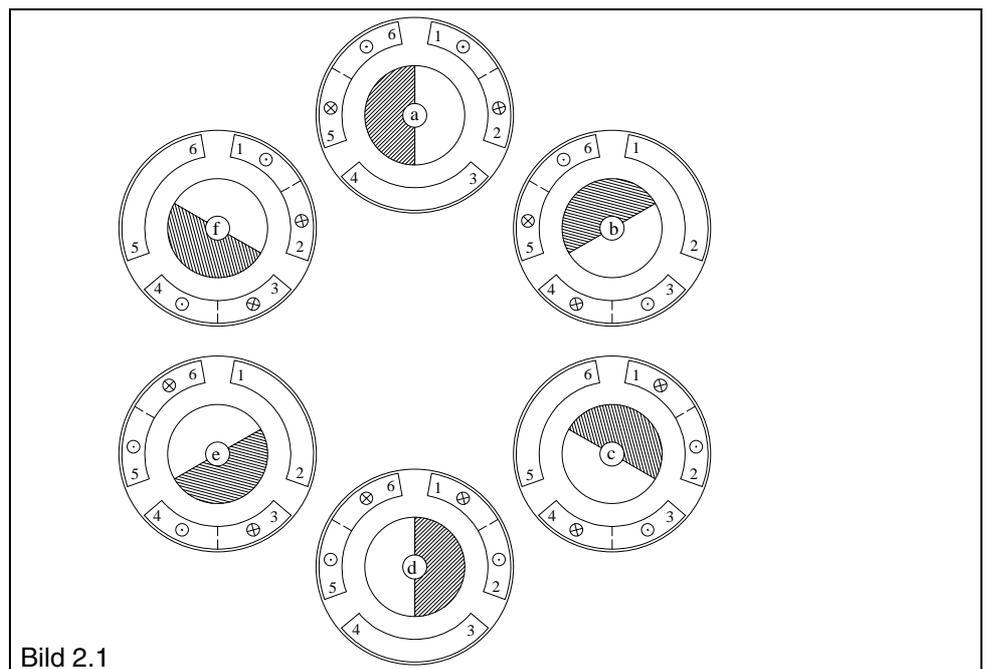


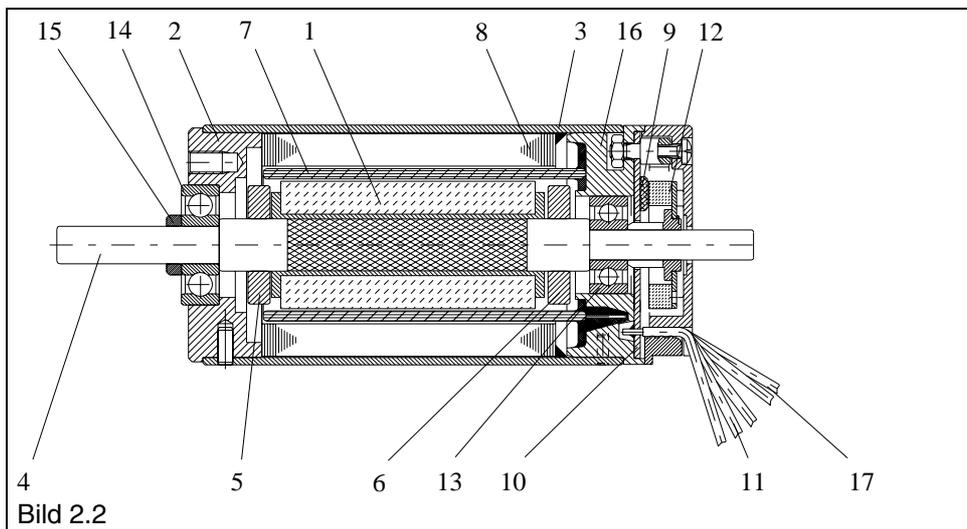
Bild 2.1

Im symbolisierten Querschnitt eines EC-Motors lässt sich die schrittweise Drehbewegung des schraffierten Rotors als Folge der fortschreitenden Statorfeldänderung in beiden Drehrichtungen nachvollziehen.

Jeweils zwei der drei räumlich versetzten Statorwicklungen werden in der Sternschaltung stromdurchflossen. Das sich dabei ausbildende resultierende Statorfeld hängt dann von der Stromrichtung und -stärke ab. Durch das Zusammenwirken von Stator- und Rotormagnetfeld versucht sich der Permanentmagnetrotor in die vorliegende Feldverteilung des Stators zu drehen. Wie im Bild 2.1 erkennbar, können insgesamt sechs verschiedene Statorfeldverteilungen erzeugt werden, dh. eine komplette Rotorumdrehung lässt sich demnach in sechs Einzelschritte zu je  $60^\circ$  unterteilen.

## 2.2. Konstruktionsprinzip

Aufgebaut auf den bewährten Komponenten des mechanisch kommutierten **maxon**-Motors, wurde eine äquivalente, bürstenlose Ausführung realisiert. Bild 2.1 zeigt die Schnittdarstellung eines **maxon** EC-Motors mit durchgehender Welle, Kugellagern und Rotorstellungserfassung. In der Regel werden **maxon** EC-Motoren mit RE-Magneten (RE = rare earth oder Seltenerde) ausgerüstet.



Beim **maxon**-EC-Motor ist der RE-Magnet 1 direkt mit der Welle 4 verbunden und kann als Rotor mittels zwei Auswuchtringen 5 und 6 bei Bedarf dynamisch ausgewuchtet werden. Die abtriebsseitige Axialfixierung der Welle wird über einen Ring 15 sichergestellt. Die beiden Lagerflansche 2 und 16 bilden mit dem rostgeschützten Stahlaussenmantel 3 und dem geblechten nutzenlosen Rückschluss 8 die tragende Aufnahme für die Statorwicklung 7. Eine Printplatte 10 sorgt für die Verbindung der Wicklungsanzapfungen mit den Anschlusslitzchen 11. Ein mit der Welle 4 umlaufender Permanentmagnetring 12 wird über ebenfalls auf der Printplatte 10 angeordnete Hallsensoren 9 abgetastet und liefert damit die Information für die Rotorstellungserkennung über die Steuerleitungen 17 an die Leistungselektronik.

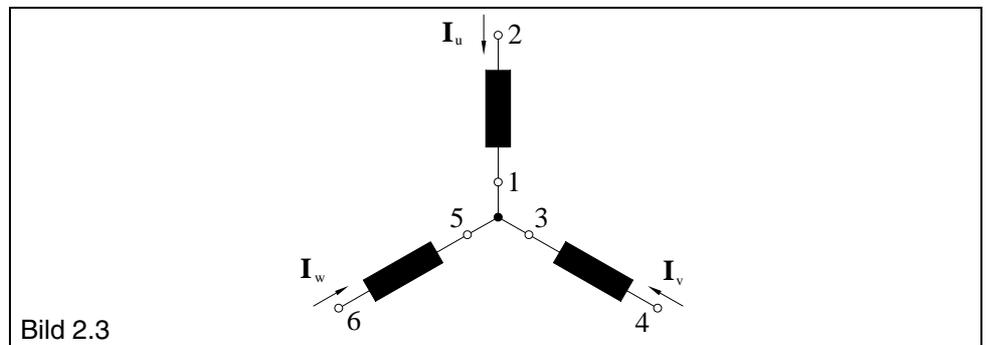
## 2.3. Magnetsystem

Die im Abschnitt 1.4 angestellten grundsätzlichen Überlegungen für die optimale Auslegung des Magnetsystems bleiben auch für die **maxon**-EC-Motoren gültig. Wir haben jedoch einige Besonderheiten zu beachten. Der örtliche magnetische Fluss im Stator ist nicht mehr zeitlich konstant, sondern ändert sich

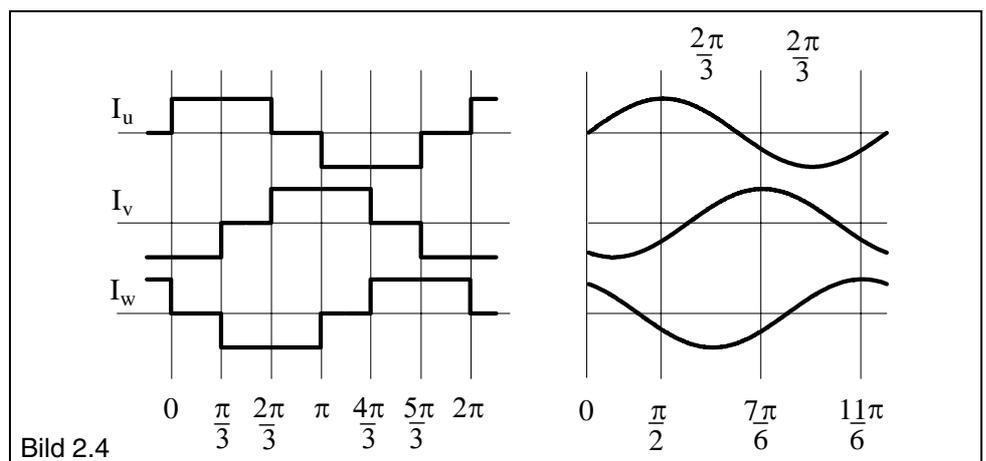
infolge der Rotation des Permanentmagneten periodisch. Die daraus resultierenden Verluste im Statorsystem werden im Kapitel Eisenverluste noch genauer behandelt. Um diese Verluste in einem tragbaren Rahmen zu halten, muss nun der zur Magnetflussführung dienende Teil des Stators aus lamellierten Eisenblechscheiben aufgebaut werden. Werkstoffbedingte Inhomogenitäten und mechanische Asymmetrien im Magnetsystem können zu geringfügigen Rastmomentausbildungen führen.

## 2.4. Drehfelderzeugung

Wie bereits unter Abschnitt 2.1 erwähnt, muss die Wicklung in mindestens drei räumlich versetzte Teilwicklungen unterteilt werden, um die Ausbildung eines umlaufenden Drehfeldes zu ermöglichen. Bei der dreiphasigen Ausbildung, wie sie für den **maxon-EC-Motor** gewählt wurde, werden sowohl Stern- als auch Dreieckschaltung der drei Teilwicklungen vorgesehen. Vorzugsweise arbeitet man in Sternschaltung, da dabei die kleineren Ströme auftreten und die Leiter- und Anschlussquerschnitte kleiner dimensioniert werden können. Wir wollen demnach unsere weiteren Betrachtungen auf die Sternschaltung ausrichten.



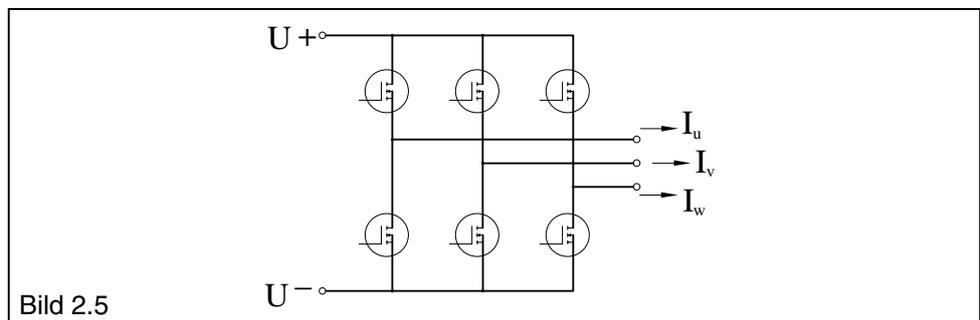
Wenn wir die Zählrichtung der Phasenströme wie dargestellt festlegen, lässt sich der Stromverlauf in den Teilwicklungen für zwei verschiedene Kommutierungssysteme grafisch idealisiert darstellen.



Beide Systeme stellen unterschiedliche Anforderungen an die Erfassung der relativen Winkellage des Rotors zum Stator. Bei der links dargestellten sogenannten **Blockkommutierung**, bei der jeweils nur zwei Teilwicklungen mit konstantem Strom beaufschlagt werden, genügt eine Winkelauflösung der Rotor

lage von  $\pi/3 = 60^\circ$ , um eine korrekte Stromführung sicherzustellen. Bei der rechts dargestellten sogenannten **Sinuskommütierung**, bei der immer alle drei Teilwicklungen stromführend sind, muss die Winkelerfassung jedoch wesentlich feiner aufgelöst werden, um einen sinusförmigen Stromverlauf überhaupt zu ermöglichen.

Ein Nachteil der einfacher zu realisierenden Blockkommütierung liegt darin, dass, wie wir noch bei der Ableitung des Drehmomentes sehen werden, lagebedingte Schwankungen des Drehmomentes auch innerhalb der Konstantstromphase auftreten. Mit der aufwendigeren Sinuskommütierung hingegen kann über den sinusförmigen Stromverlauf das erzeugte Drehmoment winkelunabhängig, zumindest theoretisch, konstant gehalten werden. Diese Ansteuerungsalternative ist unter anderem eine notwendige Voraussetzung, um eine erheblich bessere Laufruhe des EC-Motors im ganzen Drehzahlbereich sicherzustellen.



Eine mögliche Alternative der Leistungselektronik für beide Kommutierungssysteme ist in Bild 2.5 vereinfacht als dreiphasige Brückenschaltung mittels Power MOS-FETs dargestellt.

## 2.5. Motorkenngößen

### 2.5.1. Drehmoment

Um die auf den Rotor wirkende Kraft und das daraus resultierende Drehmoment berechnen zu können, müssen wir uns zunächst der Stromverteilung in der Wicklung zuwenden und überprüfen, welche Bereiche der Wicklung kraft- und drehmomenterzeugend wirksam sind, so wie wir dies bereits im Abschnitt 1.7.1 für den Glockenläufermotor getan haben. Wir wollen davon ausgehen, dass der Permanentmagnetrotor zweipolig magnetisiert wird und ein blockförmiger Stromverlauf, siehe auch Bild 2.4, in den jeweiligen Teilwicklungen vorliegt.

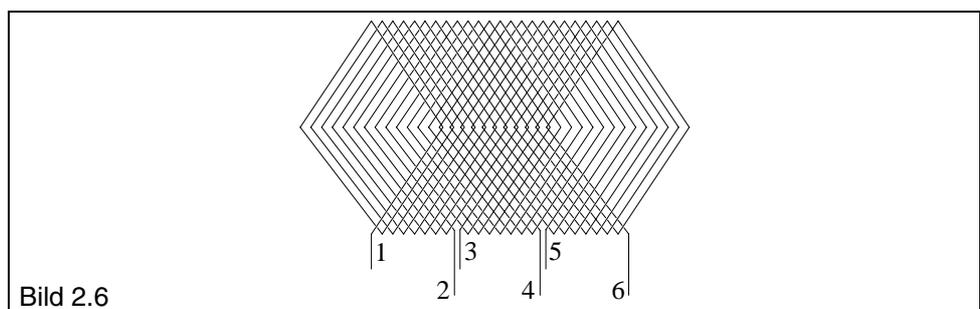
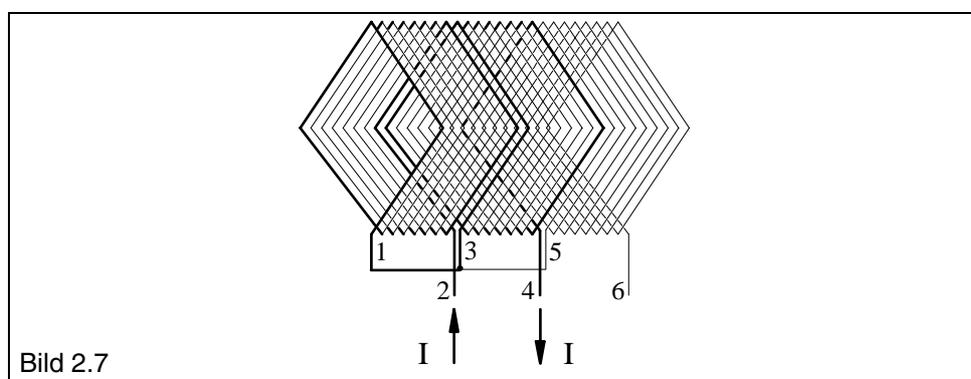
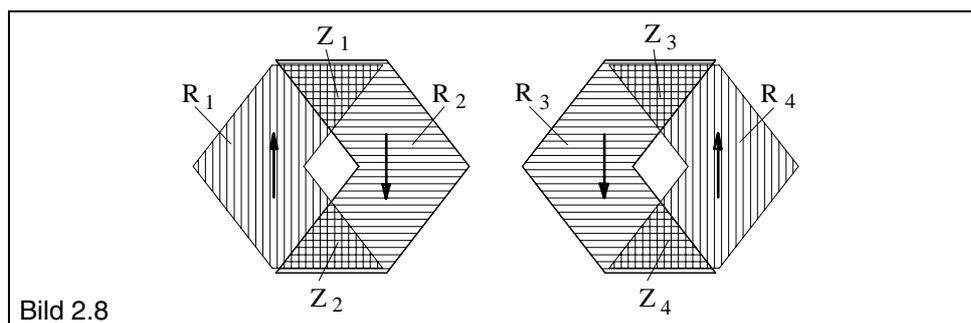


Bild 2.6 zeigt schematisch die Rautenwicklung eines **maxon-EC-Motors** als Abwicklung in der Ebene mit den freien Wicklungsabzopfungen 1 bis 6. Abzopfung 1 und 2 gehören zur ersten, 3 und 4 zur zweiten, 5 und 6 zur dritten Teilwicklung. Damit lassen sich nun die drei symmetrisch um  $120^\circ$  räumlich verschobenen Teilwicklungen in Stern schalten und alternierend mit dem Strom I beaufschlagen.

Legen wir die Statorfeldverteilung nach Bild 2.1 /f zugrunde, dann lässt sich die Stromverteilung in unserer Rautenabwicklung wie im Bild 2.7 darstellen. Der Strom I tritt bei Abzopfung 2 in die erste Teilwicklung ein und verlässt sie bei Abzopfung 1. Ueber die Sternverbindung wird der Strom Abzopfung 3 zugeführt, tritt damit in die zweite Teilwicklung ein und verlässt sie bei Abzopfung 4. Die dritte Teilwicklung wird nicht stromdurchflossen, ist also in dieser Phase nicht aktiv an der Felderzeugung beteiligt.



Der besseren Uebersicht wegen ziehen wir die beiden aktiven Teilwicklungen gedanklich zwischen Abzopfung 2 und 3 auseinander. Berücksichtigen wir nun die Stromrichtung in den einzelnen Drähten der Teilwicklungen, so lassen sich drei unterschiedliche Gebiete erkennen.



In den stark umrandeten Gebieten mit waagrechter Schraffur fließt der Strom immer nach unten, in den schwach umrandeten Gebieten mit senkrechter Schraffur fließt der Strom immer nach oben. In den beiden inneren Rhombenflächen ohne Schraffur gibt es durch das gedankliche Auseinanderziehen der beiden aktiven Teilwicklungen keine stromführenden Wicklungsdrähte. In den Zwickeln  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  und  $Z_4$  kommt es zu einer Ueberdeckung von nach oben und nach unten fließenden Strömen, wodurch sich ihre Kraftwirkungen aufheben und nicht mehr in die Berechnung eingehen.

Wenn wir nun die beiden Teilwicklungen gedanklich wieder zusammenfügen, indem wir die beiden Rautenflächen R2 und R3 aufeinanderlegen, erhalten wir die im Bild 2.9 dargestellte Strombelegungsfläche. Es werden nur noch Gebiete gekennzeichnet, die zur Kraftwirkung beitragen. Gebiete, die einfach wirksam sind, erhalten einen Pfeil, doppelt wirksame Gebiete erhalten zwei Pfeile.

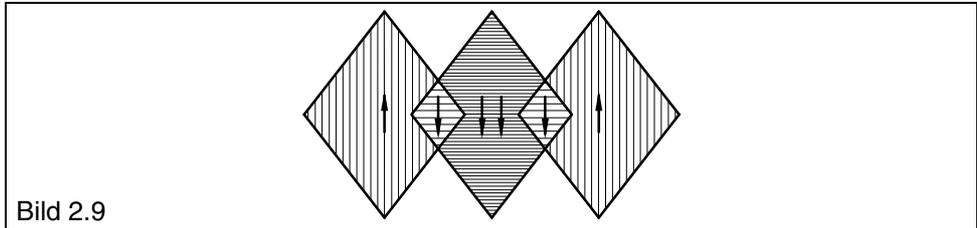


Bild 2.9

Die so erhaltenen Strombelegungsflächen sind zwar alle eindeutig orientiert, in der dargestellten Form für die Berechnung allerdings nicht brauchbar. Mit einem Kunstgriff können wir jedoch die Ueberdeckungsrhomben in die gewünschte Orientierungsform bringen. Dazu zerlegen wir einfach jeden Ueberdeckungsrhombus in zwei gleich grosse Teilrhomben, wie im folgenden Bild gezeigt

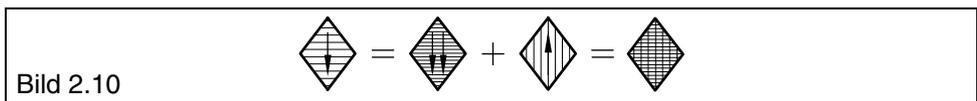


Bild 2.10

Dadurch bringen wir nun die Strombelegungs- und Rautenflächen in eine für unsere weiteren Berechnungen geeignetere Form

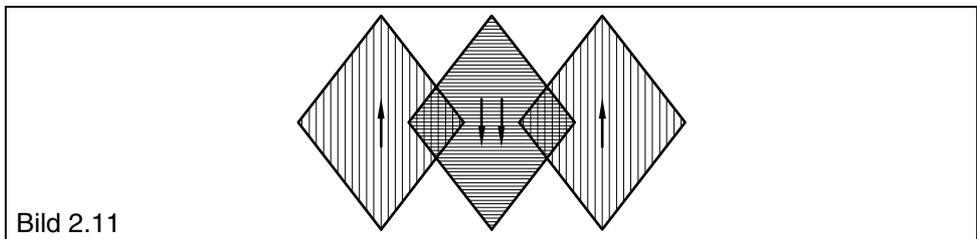


Bild 2.11

Nunmehr können wir die komplette Rautenfläche 1 mit der einfachen, Rautenfläche 2 mit der doppelten und Rautenfläche 4 wieder mit der einfachen Strombelegung berücksichtigen.

Es lässt sich zeigen, dass jede der sechs möglichen Statorfeldvarianten mit dem gleichen Algorithmus in äquivalente Strombelegungs- und Rautenflächen zerlegt werden kann.

Wir wollen nun für jede der vier Rautenflächen die entstehende Kraft berechnen und dann die Gesamtkraft  $F$  als Addition der Teilkräfte  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ermitteln.

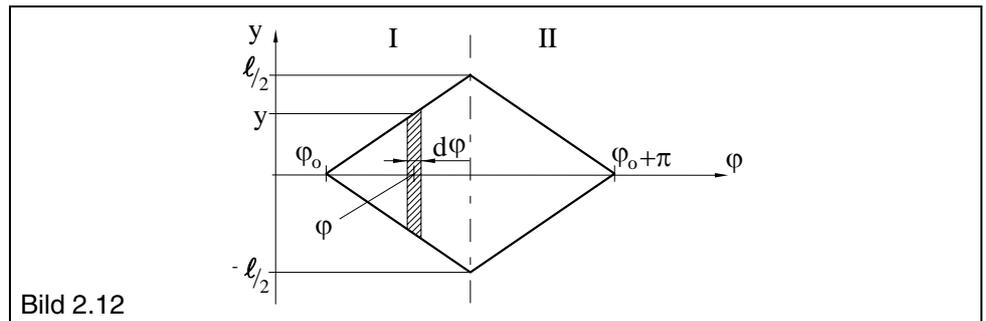
In Anlehnung an Gl 1.25, erhalten wir innerhalb einer Raute die auf einen Stromfaden der Länge  $2y$  wirkende Kraft  $dF$  mit

$$\text{Gl 2.1} \quad dF = IB_0 v r 2y \sin \varphi d\varphi$$

Es gilt wieder der Zusammenhang  $y = a\varphi$  für die Länge  $y$  eines Stromfadens an der Stelle  $\varphi$ .

Nun unterteilen wir die Rautenfläche 1 in einen Bereich I mit  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 + \pi/2$  und einer Länge des Stromfadens  $y = \ell/\pi (\varphi - \varphi_0)$  und einen Bereich II mit  $\varphi_0 + \pi/2 \leq \varphi \leq \varphi_0 + \pi$  und der zugehörigen Länge des Stromfadens  $y = -\ell/\pi (\varphi - \varphi_0 - \pi)$ .

Die folgende Darstellung zeigt die Verhältnisse für Rautenfläche 1



Wir können nun für die Teilkraft  $F_1$  ansetzen

Gl 2.2

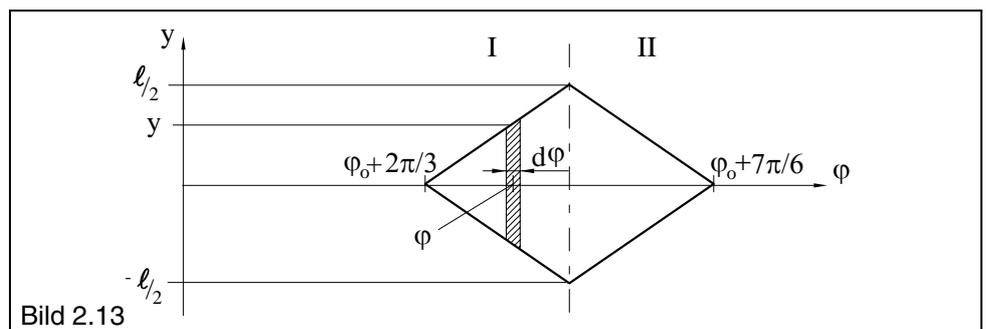
$$F_1 = 2IB_0 v r \left( \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \pi/2} \frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi d\varphi + \int_{\varphi_0 + \pi/2}^{\varphi_0 + \pi} -\frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_0 - \pi) \sin \varphi d\varphi \right)$$

Nach ausgeführter Integration erhalten wir unter Berücksichtigung der Integrationsgrenzen

$$\text{Gl 2.3} \quad F_1 = \frac{4}{\pi} IB_0 \ell v r \cos \varphi_0$$

Die Rautenflächen 2 und 3 können wir gemeinsam behandeln; sie sind ja deckungsgleich nach Aufhebung der gedanklichen Trennung in der Mitte der Abwicklung. Für die Durchführung der Integration ergibt sich wieder ein Bereich I mit  $\varphi_0 + 2\pi/3 \leq \varphi \leq \varphi_0 + 7\pi/6$  und einer Länge des Stromfadens  $y = \ell/\pi (\varphi - \varphi_0 - 2\pi/3)$ , sowie ein Bereich II mit  $\varphi_0 + 7\pi/6 \leq \varphi \leq \varphi_0 + 10\pi/6$  und einer Länge des Stromfadens  $y = -\ell/\pi (\varphi - \varphi_0 - 5\pi/3)$ .

Die folgende Darstellung zeigt die Verhältnisse für Rautenfläche 2 und 3



Damit können wir für die Teilkräfte  $F_2$  und  $F_3$  schreiben (negatives Vorzeichen bedingt durch andere Stromrichtung in der Rautenfläche 2 und 3)

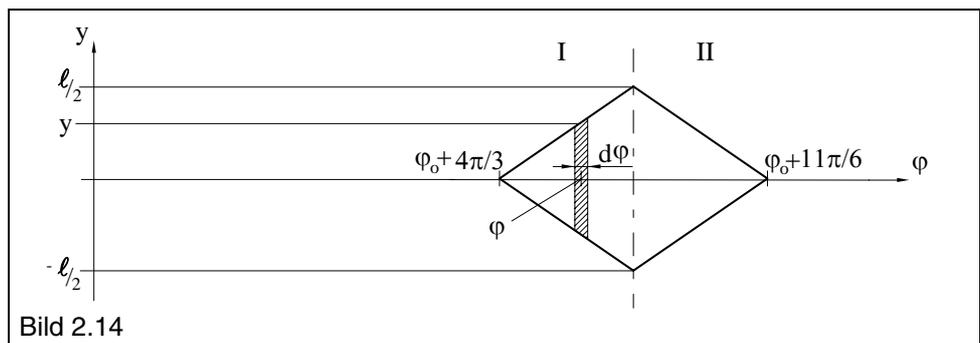
$$\text{Gl 2.4 } F_2 = F_3 = -2IB_o v r \left( \int_{\varphi_o+4\pi/6}^{\varphi_o+7\pi/6} \frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_o - 2\pi/3) \sin\varphi \, d\varphi + \int_{\varphi_o+7\pi/6}^{\varphi_o+10\pi/6} -\frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_o - 5\pi/3) \sin\varphi \, d\varphi \right)$$

Nach ausgeführter Integration erhalten wir unter Berücksichtigung der Integrationsgrenzen

$$\text{Gl 2.5 } F_2 = F_3 = -\frac{4}{\pi} IB_o \ell v r \cos(\varphi_o + 2\pi/3)$$

Rautenfläche 4 schliesst direkt an Rautenfläche 3 an und wird in der gleichen Art für die Integration unterteilt in einen Bereich I mit  $\varphi_o+4\pi/3 \leq \varphi \leq \varphi_o+11\pi/6$  und einer Länge des Stromfadens  $y = \ell/\pi (\varphi - \varphi_o - 4\pi/3)$  sowie Bereich II mit  $\varphi_o+11\pi/6 \leq \varphi \leq \varphi_o+14\pi/6$  und einer Länge des Stromfadens  $y = -\ell/\pi (\varphi - \varphi_o - 7\pi/3)$ .

Die folgende Darstellung zeigt die Verhältnisse für Rautenfläche 4



$$\text{Gl 2.6 } F_4 = 2IB_o v r \left( \int_{\varphi_o+8\pi/6}^{\varphi_o+11\pi/6} \frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_o - 4\pi/3) \sin\varphi \, d\varphi + \int_{\varphi_o+11\pi/6}^{\varphi_o+14\pi/6} -\frac{\ell}{\pi} (\varphi - \varphi_o - 7\pi/3) \sin\varphi \, d\varphi \right)$$

Nach ausgeführter Integration erhalten wir unter Berücksichtigung der Integrationsgrenzen

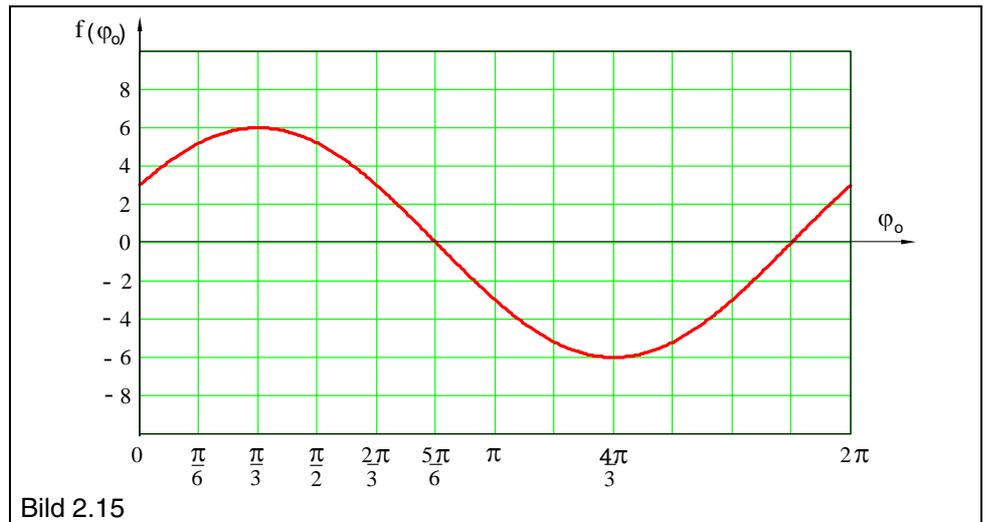
$$\text{Gl 2.7 } F_4 = -\frac{4}{\pi} IB_o \ell v r \cos(\varphi_o + \pi/3)$$

Damit ergibt sich für die Gesamtkraft  $F$  als Summe der Teilkräfte

$$\text{Gl 2.8 } F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \frac{2}{\pi} IB_o \ell v r f(\varphi_o)$$

Die einzelnen unterschiedlich phasenverschobenen Winkelfunktionen von  $\varphi_o$  haben wir der besseren Uebersicht wegen zusammengefasst als

$$\text{Gl 2.9 } f(\varphi_o) = 2 [\cos \varphi_o - \cos(\varphi_o + \pi/3) - 2 \cos(\varphi_o + 2\pi/3)]$$



Wie die grafische Darstellung zeigt, hat die Funktion  $f(\varphi_0)$  Extremwerte an der Stelle  $\varphi_0 = \pi/3$  und  $\varphi_0 = 4\pi/3$ . Das uns vorwiegend interessierende Maximum liegt bei +6, während das Minimum den Wert -6 erreicht.

Damit erhalten wir für den Maximalwert der tangentialen Kraft  $F$

$$\text{Gl 2.10} \quad \hat{F} = \frac{12}{\pi} I B_o \ell v r$$

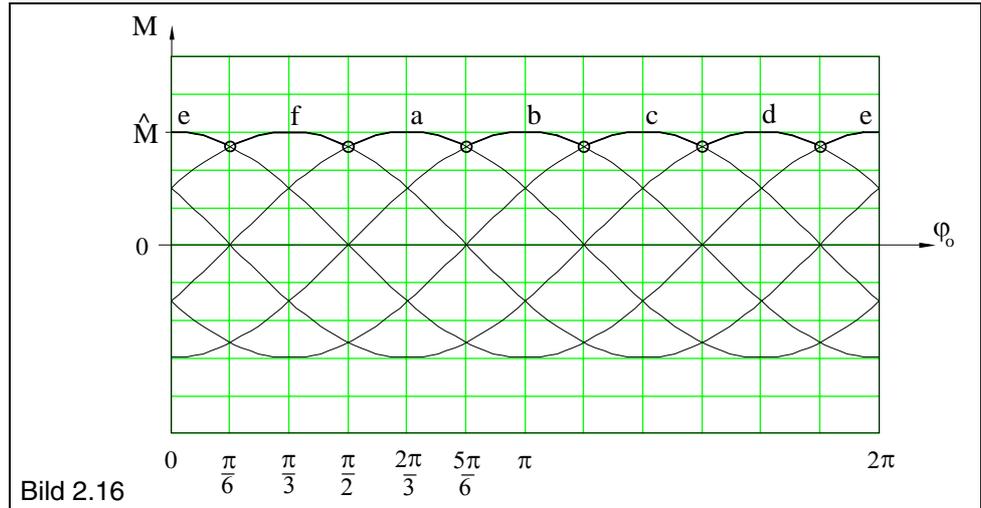
Mit dem mittleren Radius  $r$  und der Windungszahl  $w = 2\pi r v$  der Wicklung bekommen wir den Maximalwert des erzeugten Drehmomentes

$$\text{Gl 2.11} \quad \hat{M} = \frac{6}{\pi^2} I B_o r \ell w$$

Der Verlauf von  $f(\varphi_0)$  nach Gl 2.9 lässt sich mathematisch natürlich auch durch eine äquivalente Sinus-Funktion ersetzen. Damit wird das erzeugte Drehmoment  $M(\varphi_0)$

$$\text{Gl 2.12} \quad M = \hat{M} \sin\left(\varphi_0 + \frac{\pi}{6}\right)$$

Das bedeutet für unsere idealisierte Blockkommutierung mit drei sterngeschalteten Teilwicklungen: Obwohl wir konstanten Strom voraussetzen, erhalten wir ein winkelabhängiges Drehmoment für jede der sechs möglichen Statorfeldverteilungen. Wenn wir gemäss Bild 2.1 die verschiedenen Statorfeldverteilungen mit den Buchstaben a,b,c,d,e,f bezeichnen, dh. jeweils um  $\pi/6$  nach dem Drehmomentmaximum auf die nächste folgerichtige Statorfeldverteilung umschalten, ergibt sich innerhalb einer Rotorumdrehung folgender Verlauf für das erzeugte Drehmoment



Für diese sechs Statorfeldverteilungen können wir bei üblichen Betriebsbedingungen ein mittleres Drehmoment berechnen. Bei kleinen Drehzahlen und beim Anlauf des Motors ist diese Vereinfachung jedoch nicht zulässig, siehe auch Abschnitt 2.5.3.

Für die mechanisch verrichtete Arbeit  $W_{\text{mech}}$  einer Drehbewegung gilt allgemein, siehe auch Gl 1.76

$$\text{Gl 2.13 } W_{\text{mech}} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi = \bar{M} \Delta\varphi$$

Auf unsere vorliegenden Verhältnisse einer Statorfeldverteilung angewendet, können wir dann schreiben

$$\text{Gl 2.14 } W_{\text{mech}} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi_0 = \int_{\pi/6}^{\pi/2} \hat{M} \sin\left(\varphi_0 + \frac{\pi}{6}\right) d\varphi_0 = \hat{M} \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin\left(\varphi_0 + \frac{\pi}{6}\right) d\varphi_0 = \bar{M} [\varphi_0]_{\pi/6}^{\pi/2}$$

Für das mittlere Drehmoment erhalten wir dann

$$\text{Gl 2.15 } \bar{M} = \hat{M} \frac{3}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin\left(\varphi_0 + \frac{\pi}{6}\right) d\varphi_0 = 0.955 \hat{M} = 0.955 \frac{6}{\pi^2} I B_0 r \ell w$$

oder als Strom  $I(M)$

$$\text{Gl 2.16 } I = 1.047 \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{B_0 r \ell w} \bar{M}$$

Ebenso lässt sich ein mittleres spezifisches Drehmoment angeben

$$\text{Gl 2.17 } \bar{k}_M = \frac{\bar{M}}{I} = 0.955 \frac{6}{\pi^2} B_0 r \ell w$$

In der gleichen Form wie beim Stator des Glockenläufermotors fällt der Maximalwert der magnetischen Luftspaltinduktion  $B_0$  gegen die Magnetenden etwas

ab. Dies können wir berücksichtigen, indem wir  $B_0$  mit einem experimentell zu bestimmenden Korrekturfaktor  $c_1 < 1$  versehen.

Routinemässig wollen wir uns noch mit einer etwas geänderten Rautengeometrie befassen, und zwar wollen wir überprüfen, ob es nicht besser wäre, anstelle der Rautenteilung von  $180^\circ$  nur  $120^\circ$  auszuführen.

Wir erhalten nun geänderte Strombelegungs- und  $120^\circ$ -Rautenflächen gemäss folgender Darstellung

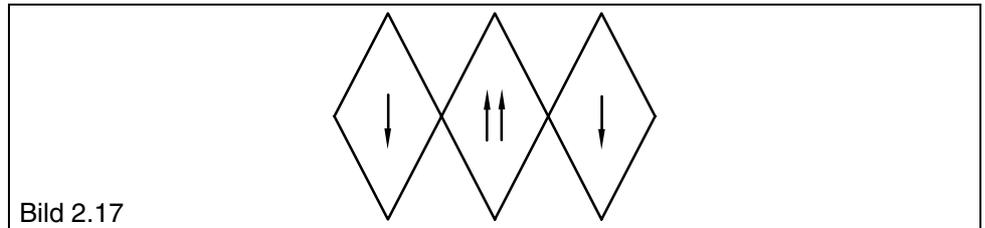


Bild 2.17

Bei der gleichen Vorgehensweise wie bei der Drehmomentberechnung im Falle der  $180^\circ$ -Rauten ändern sich lediglich die Integrationsgrenzen und die Rautensteigung.

Wir definieren wieder einen Bereich I mit  $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_0 + \pi/3$  und einem Stromfaden  $y = \ell/\pi(\varphi - \varphi_0)/3/2$  und einen Bereich II mit  $\varphi_0 + \pi/3 \leq \varphi \leq \varphi_0 + 2\pi/3$  und einem Stromfaden  $y = -\ell/\pi(\varphi - \varphi_0 - 2\pi/3)/3/2$ .

Führen wir die Berechnung wieder ausführlich durch, dann erhalten wir für das erzeugte Drehmoment  $M$

$$\text{Gl 2.18 } M = \frac{1}{\pi^2} I B_0 r \ell w g(\varphi_0)$$

Die einzelnen unterschiedlich phasenverschobenen Winkelfunktionen von  $\varphi_0$  haben wir der besseren Uebersicht wegen zusammengefasst als

$$\text{Gl 2.19 } g(\varphi_0) = \frac{3}{2} [\sin(\varphi_0 + \pi/3) - \sin(\varphi_0 + 2\pi/3) + 2 \sin \varphi_0]$$

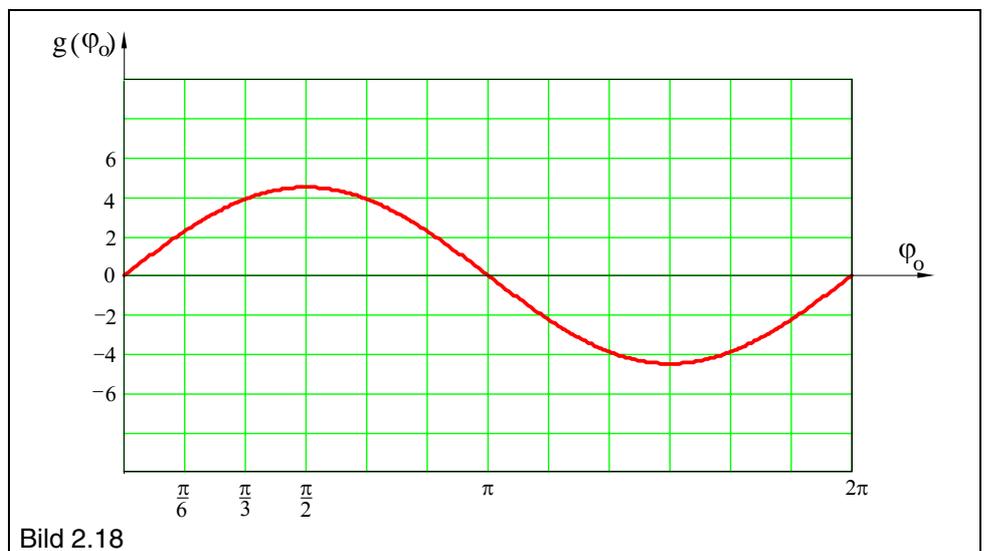


Bild 2.18

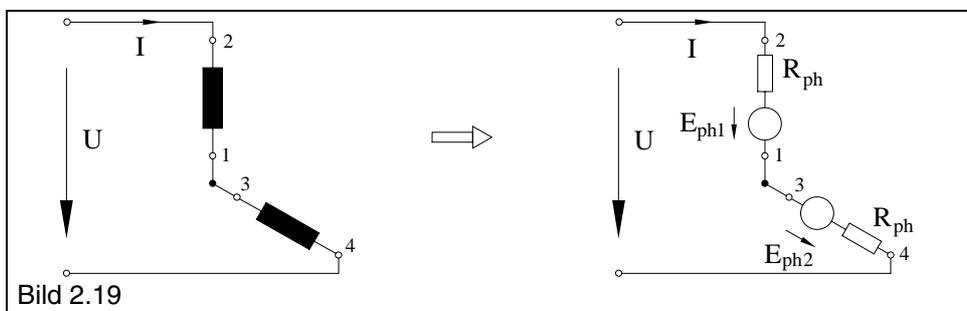
Wie die grafische Darstellung zeigt, hat die Funktion  $g(\varphi_0)$  Extremwerte an der Stelle  $\varphi_0 = \pi/2$  und  $\varphi_0 = 3\pi/2$ . Das uns interessierende Maximum liegt bei +4.5 während das Minimum den Wert -4.5 erreicht. Der Maximalwert des erzeugten Drehmomentes für die 120°-Rautenteilung ergibt sich somit zu

$$\text{Gl 2.20 } \hat{M} = \frac{4.5}{\pi^2} I B_o r \ell w$$

liegt also im Verhältnis  $4.5/6 = 0.75$  deutlich unter dem Wert der 180°-Rautenteilung und wird daher nicht weiter verfolgt.

### 2.5.2. Drehzahl

In Anlehnung an Abschnitt 1.7.2 lässt sich die Drehzahl als Funktion  $n(M)$  des Drehmomentes berechnen. Ein vereinfachtes Ersatzschaltbild des sterngeschalteten EC-Motors können wir wie folgt darstellen:



Um ein bestimmtes Drehmoment  $M$  zu erzeugen, benötigen wir den durch Gl 2.16 ermittelten Strom  $I$ . Bezeichnen wir mit  $R_{ph}$  den ohmschen Widerstand einer Teilwicklung oder Phase, dann gilt folgende Maschengleichung

$$\text{Gl 2.21 } U - E_{ph2} - E_{ph1} - 2IR_{ph} = 0$$

Die Momentanwerte der in den Teilwicklungen induzierten Spannungen können in jedem Zeitpunkt zusammengefasst werden zu

$$\text{Gl 2.22 } E_{ph} = E_{ph1} + E_{ph2}$$

und wenn wir mit einem noch zu bestimmenden Mittelwert der induzierten Spannung rechnen, erhalten wir für den gesuchten Strom

$$\text{Gl 2.23 } I = \frac{U - \bar{E}_{ph}}{2R_{ph}}$$

Setzen wir Gl 2.16 für den Strom ein, dann ergibt sich der Zusammenhang zwischen erzeugtem Drehmoment und mittlerer induzierter Spannung

$$\text{Gl 2.24 } 1.047 \frac{\pi^2}{6} B_o r \ell w \bar{M} = \frac{U - \bar{E}_{ph}}{2R_{ph}}$$

Um hieraus die Drehzahl als Funktion des Drehmoments  $n(M)$  zu bestimmen, müssen wir offensichtlich zunächst die Abhängigkeit der induzierten Spannung von der Drehzahl  $E(n)$  berechnen.

Für die Berechnung gehen wir von  $180^\circ$ -Rauten aus und können daher die Berechnungen des Abschnittes 1.7.2 für Gl 1.55 übernehmen. Damit ergibt sich für die induzierte Spannung in einem Linienelement  $ds$  einer Teilwicklung

$$\text{Gl 2.25} \quad dE_{\text{ph}} = \frac{4}{\pi} B_o \ell r^2 v \omega \sin \varphi_o d\varphi_o$$

Bedingt durch die geometrische Anordnung der beiden Teilwicklungen ergibt sich die Abhängigkeit der induzierten Spannung  $E_{\text{ph}}$  vom Winkel  $\varphi_o$

$$\text{Gl 2.26} \quad E_{\text{ph}} = \frac{4}{\pi} B_o \ell r^2 v \omega \left( \int_{\varphi_o}^{\varphi_o+2\pi/3} \sin \varphi_o d\varphi_o + \int_{\varphi_o+2\pi/3}^{\varphi_o+4\pi/3} \sin \varphi_o d\varphi_o \right)$$

Um die optimale Lage der Leitphasen festlegen zu können, suchen wir das Maximum dieser Funktion und erhalten bei  $\varphi_o = \pi/3$

$$\text{Gl 2.27} \quad \hat{E}_{\text{ph}} = \frac{12}{\pi} B_o \ell r^2 v \omega$$

Der Momentanwert der in den Teilwicklungen induzierten Spannung  $E_{\text{ph}}$  ändert sich bei konstanter Drehzahl sinusförmig und kann dann dargestellt werden als

$$\text{Gl 2.28} \quad E_{\text{ph}} = \hat{E}_{\text{ph}} \sin \omega t$$

Wie bei der Berechnung des Drehmomentes, muss auch hier mit einem Mittelwert innerhalb einer Leitphase gerechnet werden. Wenn wir davon ausgehen, dass jede der sechs Leitphasen einen Winkel von  $\pi/3$  erfasst und symmetrisch zum Maximalwert liegt, lässt sich der Mittelwert der induzierten Spannung innerhalb einer Leitphase folgendermassen bestimmen

$$\text{Gl 2.29} \quad \bar{E}_{\text{ph}} = \frac{3}{\pi} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \hat{E}_{\text{ph}} \sin \omega t dt = \frac{3}{\pi} \hat{E}_{\text{ph}} = 0.995 \hat{E}_{\text{ph}}$$

und weiter mit  $\omega = 2\pi n$  sowie  $v = w/2r\pi$

$$\text{Gl 2.30} \quad \bar{E}_{\text{ph}} = 0.955 \frac{12}{\pi} B_o \ell r w n$$

Setzen wir dieses Ergebnis in Gl 2.24 ein, bekommen wir den gesuchten Zusammenhang zwischen Drehmoment und Drehzahl

$$\text{Gl 2.31} \quad n = \frac{1}{0.955} \frac{\pi}{12} \frac{U}{B_o \ell r w} - 1.047 \frac{\pi^3}{36} \frac{R_{\text{ph}}}{(B_o \ell r w)^2} \bar{M}$$

Eine analoge Abhängigkeit haben wir beim Glockenläufermotor unter Gl 1.59 erhalten. Führen wir wieder das spezifische Drehmoment  $k_M$  nach Gl 2.17 ein, dann ergibt sich damit

$$\text{Gl 2.32 } n = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{U}{\bar{k}_M} - \frac{2R_{ph}}{\bar{k}_M^2} \bar{M} \right)$$

Mit dieser Geradengleichung können wir die beiden Achsabschnitte im Koordinatensystem  $n(M)$  bestimmen.

Für den Fall  $M = 0$ , dies entspricht einem unbelasteten Motor ohne Verlustdrehmoment  $M_V$ , bekommen wir die sogenannte ideale Leerlaufdrehzahl  $n_i$

$$\text{Gl 2.33 } n_i = \frac{1}{2\pi} \frac{U}{\bar{k}_M}$$

und mit  $n = 0$ , entsprechend einem festgebremsten Motor, das sogenannte ideale mittlere Haltemoment

$$\text{Gl 2.34 } \bar{M}_{iH} = \frac{U}{2R_{ph}} \bar{k}_M$$

Ein weiterer kennzeichnender Parameter ist der sogenannte Haltestrom  $I_H$

$$\text{Gl 2.35 } I_H = \frac{U}{2R_{ph}}$$

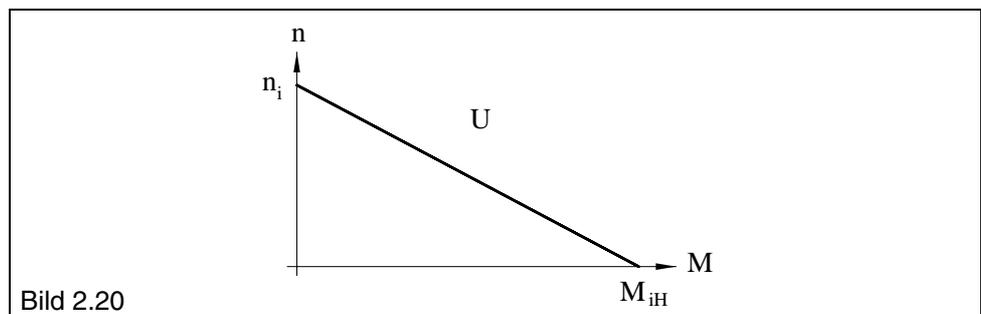
Bedingt durch das winkelabhängige Drehmoment bei jeder der sechs möglichen Statorfeldverteilungen, kann das tatsächlich auftretende, ideale Haltemoment jedoch noch tiefer absinken. Rechnerisch liegt das ideale Haltemoment je nach Winkellage des Rotors im Bereich von

$$\text{Gl 2.36 } M_{iHmin} = 0.866 \frac{\hat{M}}{I} I_H \leq \bar{M}_{iH} \leq \frac{\hat{M}}{I} I_H$$

wobei für den Maximalwert des erzeugten Drehmomentes Gl 2.11 einzusetzen ist.

Sowohl die ideale Leerlaufdrehzahl  $n_i$  als auch das ideale Haltemoment  $M_{iH}$  treten nach aussen nicht in Erscheinung. In beiden Fällen sorgt das Verlustdrehmoment  $M_V$  für eine entsprechende Reduktion.

Damit können wir nun die Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  vom Drehmoment  $M$  für eine konstante Spannung  $U$  grafisch darstellen



Mit den beiden Parametern  $n_i$  und  $M_{iH}$  können wir die mittlere Kennliniensteigung  $\Delta n / \Delta M$  definieren

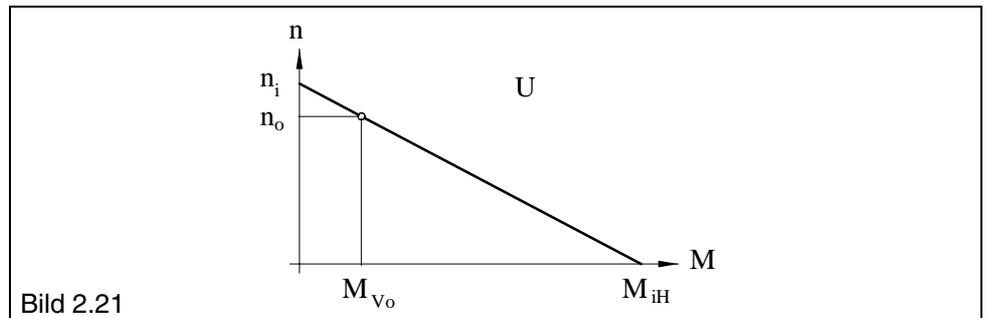
$$\text{Gl 2.37} \quad \frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_i}{M_{iH}} = \frac{1}{2\pi} \frac{2 R_{ph}}{k_M^2}$$

Damit lässt sich Gleichung Gl 2.32 umformen zu

$$\text{Gl 2.38} \quad n = n_i \left( 1 - \frac{M}{M_{iH}} \right) = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} M$$

Setzen wir für  $M = M_{V0}$ , dh. es sei nur das Verlustdrehmoment als Belastung wirksam, dann erhalten wir die effektive Leerlaufdrehzahl  $n_0$  mit

$$\text{Gl 2.39} \quad n_0 = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} M_{V0}$$



Damit erhalten wir prinzipiell die gleiche grafische Darstellung wie beim Glockenläufermotor. Auch die Veränderung der Kennlinie mit steigender Wicklungstemperatur verläuft nach den bereits im Bild 1.34 dargestellten Gesetzmäßigkeiten.

Wir wollen noch einen Vergleich der Kennliniensteigungen für den Glockenläufer- und den EC-Motor bei gleichen geometrischen Abmessungen der Aktivteile durchführen. Die Abmessungen des Permanentmagneten, des Luftspaltes und der Wicklungsdimensionierung sollen sich für die beiden Ausführungen nicht unterscheiden. Damit ist für den Vergleich mit gleichem  $B_0$ ,  $\ell$ ,  $r$  und der gleichen Gesamtwindungszahl zu rechnen.

Für den Glockenläufer ergibt sich der Rotorwiderstand durch die Parallelschaltung der beiden Wicklungshälften vereinfacht zu

$$\text{Gl 2.40} \quad R_{\text{Rot}} = \frac{1}{4} R$$

wobei wir mit  $R$  den Widerstand aller in Reihe geschalteten Windungen bezeichnen wollen.

Für das spezifische Drehmoment des Glockenläufers erhielten wir

$$k_{\text{MGI}} = \frac{4}{\pi^2} B_0 r \ell w$$

Für den sterngeschalteten EC-Motor sind die beiden in Reihe geschalteten Phasenwiderstände

$$\text{Gl 2.41 } 2R_{\text{ph}} = \frac{2}{3}R$$

bzw. ergab sich für das mittlere spezifische Drehmoment des EC-Motors

$$\bar{k}_M = 0.955 \frac{6}{\pi^2} B_{\text{or}} \ell w$$

Damit wird das Verhältnis der Kennliniensteigung von EC-Motor zu Glockenläufermotor

$$\text{Gl 2.42 } \frac{\Delta n / \Delta M|_{\text{EC}}}{\Delta n / \Delta M|_{\text{Gl}}} = \frac{\frac{2}{3}R}{\frac{1}{4}R} \frac{\pi^4}{0.955^2 36 \pi^4} = 1.299$$

Die Kennlinie des sterngeschalteten, blockkommutierten EC-Motors verläuft demnach um rund 30% steiler als die des Glockenläufermotors. Die Ursache liegt vorwiegend in der schlechteren Wicklungsausnutzung des EC-Motors, bei dem ja immer nur 2/3 der gesamten Windungszahl aktiv an der Drehmomentbildung beteiligt sind.

Zusätzlich geht noch die Drehmomentschwankung über die abmindernde Mittelwertbildung in die Rechnung mit ein

### 2.5.3. Anlaufvorgang und Schwingungsverhalten

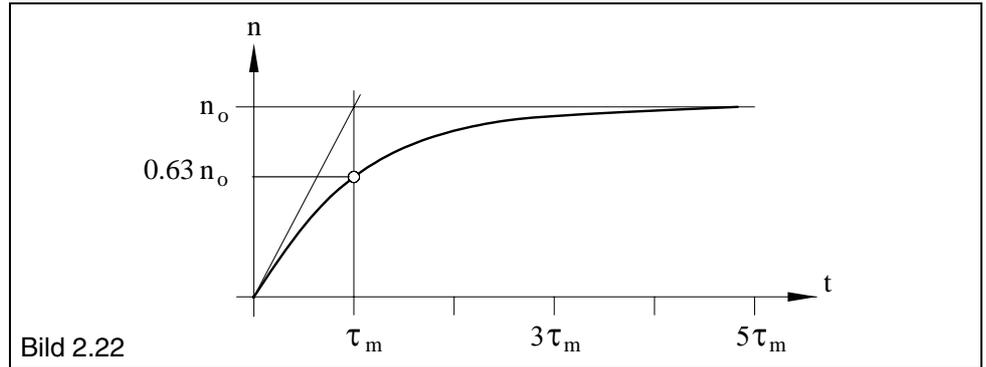
Die im Abschnitt 1.7.3 angegebene Bewegungsgleichung für ein rotierendes System gilt in gleichem Mass auch für EC-Motoren. Das Rotorträgheitsmoment  $J_R$  ist jedoch grösser als bei einem vergleichbaren Glockenankermotor.

$$M_B = J_R \frac{d\omega}{dt} = 2\pi J_R \frac{dn}{dt}$$

Entsprechend Gl 1.73 gibt es eine mechanische Zeitkonstante  $\tau_{\text{mges}}$  des gekoppelten Systems

$$\tau_{\text{mges}} = (J_R + J_b) 2\pi \frac{n_i}{M_{iH}}$$

Beim freien Hochlauf des Motors nimmt die Drehzahl  $n$  angenähert exponentiell bis zur Leerlaufdrehzahl  $n_0$  zu, siehe auch Gl 1.72. Die überproportional mit der Drehzahl wachsenden Eisenverluste führen zu einer Verflachung der Hochlaufkurve im oberen Drehzahlbereich.



Das vom Statorfeld auf den Rotor wirkende Drehmoment und das gesamte Trägheitsmoment des Rotors (Rotorträgheitsmoment plus Trägheitsmoment der Belastung) bilden ein schwingungsfähiges System. Wir wollen dafür die Eigenfrequenz bzw. Schwingungsdauer  $T_R$  des Rotors abschätzen.

Für eine freie Drehschwingung gilt allgemein der Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer  $T_R$ , Trägheitsmoment  $J = J_R + J_B$  und rückstellendem Torsionsmoment  $M_T$

$$\text{Gl 2.43 } T_R = 2\pi \sqrt{\frac{J}{M_T}}$$

Im Normalfall kann das rückstellende Torsionsmoment proportional dem Auslenkungswinkel ( $M_T = c_T \varphi_0$ ) vorausgesetzt werden. Im vorliegenden Fall ist jedoch das Drehmoment entsprechend der Funktion  $f(\varphi_0)$  keinesfalls dem Drehwinkel proportional. Die vorgesehene Abschätzung kann aber über eine Linearisierung in der kritischen Zone des Umschaltpunktes ausreichend genau durchgeführt werden. Wir setzen daher die im Umschaltunkt wirksame Steigung der Drehmomentkurve für das rückstellende Torsionsmoment ein.

Gl 2.44

$$M_T = \left. \frac{dM}{d\varphi_0} \right|_{\pi/6} = \hat{M} \frac{d \sin(\varphi_0 + \pi/6)}{d\varphi_0} = \hat{M} \cos(\varphi_0 + \pi/6) \Big|_{\pi/6} = 0.5 \hat{M}$$

Wenn wir Schwingungen auch ausserhalb der Linearisierungszone berücksichtigen wollen, müssen wir formal bei der Schwingungsdauer das Gleichheitszeichen durch ein  $\geq$  ersetzen. Damit erhalten wir für die freie ungedämpfte Schwingungsdauer  $T_R$  des Rotors

$$\text{Gl 2.45 } T_R \geq 2\pi \sqrt{\frac{J}{0.5 \hat{M}}}$$

Solange die Schwingungsdauer  $T_R$  gross ist gegenüber der Zeit  $\Delta t$  zwischen zwei aufeinanderfolgenden Umschaltungen des Statorfeldes

$$\text{Gl 2.46 } 2\pi \sqrt{\frac{J}{0.5 \hat{M}}} \gg \Delta t = \frac{1}{6} n$$

kann das System den Drehmomentschwankungen innerhalb einer Phase nicht direkt folgen, und es wirkt ein mittleres Drehmoment auf den Rotor, wie bereits unter Gl 2.15 abgeleitet.

$$\text{Gl 2.47 } \bar{M} = 0.955 \frac{6}{\pi^2} I B_o r \ell w$$

Ist  $T_R \gg \Delta t$  nicht erfüllt, zeigen sich insbesondere im Langsamlauf mehr oder weniger ausgeprägte Gleichlaufschwankungen. Durch Erhöhung des Trägheitsmomentes lässt sich zwar diese Eigenschaft verbessern, eine Erhöhung der mechanischen Zeitkonstanten  $\tau_{\text{mech}}$  muss dann jedoch in Kauf genommen werden.

#### 2.5.4. Leistung

Wie bereits im Abschnitt 1.7.4 gezeigt, gilt für die mechanisch abgegebene Leistung eines Motors

$$P_{\text{mech}} = M_b \omega = M_b 2\pi n$$

Dabei teilt sich das erzeugte Drehmoment  $M$  in ein abgegebenes Drehmoment  $M_b$  und ein Verlustdrehmoment  $M_V$  auf. Es gilt also  $M = M_b + M_V$ . Der vereinfachende Ansatz eines von der Drehzahl  $n$  unabhängigen Verlustdrehmomentes  $M_V$  kann für den EC-Motor allerdings nicht mehr vertreten werden.

Wie wir unter Abschnitt 2.5.6 noch genauer sehen werden, kommen zu den Reibungsverlusten  $P_R$  noch die von der Drehzahl exponentiell abhängigen Eisenverluste  $P_{Fe}$  hinzu.

Wir tragen diesem Umstand Rechnung, indem wir beim Verlustdrehmoment  $M_V$  zum konstanten Anteil noch einen drehzahlabhängigen Term hinzufügen (eine lineare Zunahme des Verlustdrehmomentes mit der Drehzahl bedeutet ja eine quadratische Zunahme der Verlustleistung).

$$\text{Gl 2.48 } M_V = M_{VA} + c_5 n$$

Der Zusammenhang zwischen Drehzahl  $n$  und Drehmoment  $M$  lässt sich damit folgendermassen darstellen

$$\text{Gl 2.49 } n = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} M = n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} (M_b + M_{VA} + c_5 n)$$

Daraus können wir die Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  vom Belastungsdrehmoment  $M_b$  angeben

$$\text{Gl 2.50 } n = \frac{n_i - \frac{\Delta n}{\Delta M} (M_b + M_{VA})}{1 + \frac{\Delta n}{\Delta M} c_5}$$

Setzen wir dies in die Gleichung für die mechanisch abgegebene Leistung ein und verwenden die Beziehung  $\Delta n / \Delta M = n_i / M_{iH}$ , so erhalten wir

$$\text{Gl 2.51 } P = P_{\text{mech}} = M_b 2\pi n = 2\pi \frac{n_i M_b - \frac{n_i}{M_{iH}} (M_b^2 + M_{VA} M_b)}{1 + \frac{n_i}{M_{iH}} c_5}$$

Das Maximum dieser Funktion und damit das Drehmoment  $M_P$  bei maximaler Leistung finden wir wieder über das Nullsetzen der ersten Ableitung

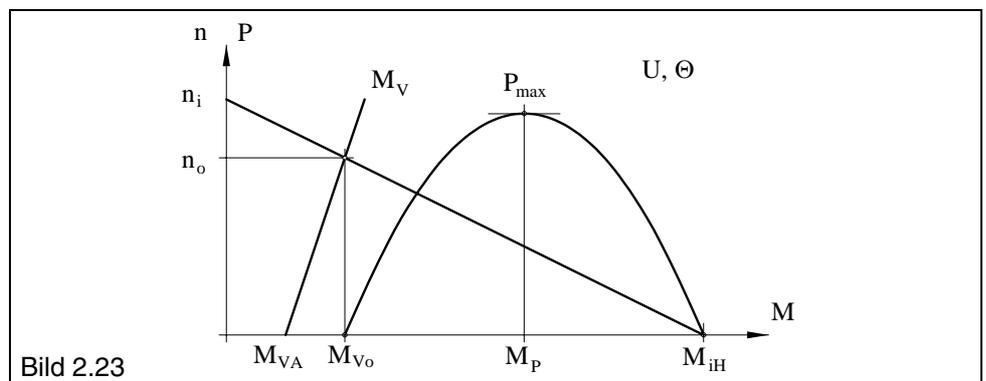
$$\text{Gl 2.52 } M_P = \frac{M_{iH} - M_{VA}}{2}$$

Eingesetzt in die Leistungsgleichung ergibt sich damit die maximale Leistung  $P_{\text{max}}$  zu

$$\text{Gl 2.53 } P_{\text{max}} = \frac{\pi}{2} n_i \frac{(M_{iH} - M_{VA})^2}{M_{iH} + n_i c_5}$$

Vergleichen wir dieses Ergebnis mit dem Ausdruck Gl 1.83 für den Glockenläufermotor, dann stellen wir fest, dass infolge der Eisenverluste die maximal abgebbare Leistung  $P_{\text{max}}$  etwas kleiner wird.

In der grafischen Darstellung wurde der drehzahlabhängige Verlauf des Verlustdrehmomentes  $M_V$  bewusst etwas übertrieben.



In der realen Anwendung kann der EC-Motor nur dann mit der maximalen Leistung  $P_{\text{max}}$  betrieben werden, wenn mit dem Belastungsdrehmoment  $M_b$  die zulässige Grenze von  $M_b \leq M_{\text{zul}} = k_M |I_{\text{zul}}|$  nicht überschritten wird.

### 2.5.5. Wirkungsgrad

Wir gehen wieder von der Definition des Wirkungsgrades nach Gl 1.84 aus

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{zu}}}$$

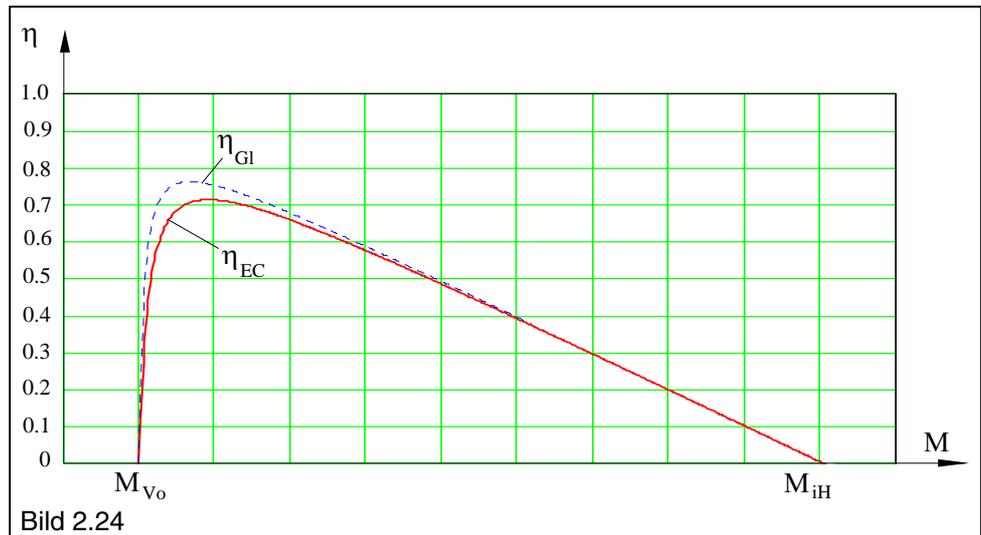
Wie bereits im Abschnitt 2.5.4 beschrieben, verwenden wir für das Verlustdrehmoment den drehzahlabhängigen Ansatz  $M_V = M_{VA} + c_5 n$ , um wenigstens angenähert die Eisenverluste zu berücksichtigen. Für die abgegebene Leistung  $P$  können wir den Ausdruck nach Gl 2.51 direkt verwenden.

$$P = P_{\text{mech}} = M_b 2\pi n = 2\pi \frac{n_i M_b - \frac{n_i}{M_{iH}} (M_b^2 + M_{VA} M_b)}{1 + \frac{n_i}{M_{iH}} c_5}$$

Mit der zugeführten Leistung  $P_{ZU}$  und unter Verwendung von Gl 2.33 und Gl 2.16 für  $n_i$  und  $I$  lässt sich der Wirkungsgrad in der folgenden Form angeben

$$\text{Gl 2.54 } \eta = \frac{(M_{iH} - M_{VA})M_b - M_b^2}{(M_b + M_{VA} + c_5 n_i)M_{iH}}$$

Verglichen mit dem Wirkungsgrad des Glockenläufermotors, kommt nun im Nenner der den Wirkungsgrad  $\eta$  zusätzlich reduzierende Term  $c_5 n_i$  hinzu. Der prinzipielle Verlauf des Wirkungsgrades kann Bild 1.37 entnommen werden. Die folgende Abbildung zeigt einen Vergleich mit einem äquivalenten Glockenläufermotor. Für die Berechnung wurden die Kennlinienparameter  $n_i$  und  $M_{iH}$  gleich angenommen.



Der Wirkungsgrad des EC-Motors liegt also durchwegs etwas tiefer als der des Glockenläufers.

Der Maximalwert der Wirkungsgradfunktion lässt sich durch das Nullsetzen der ersten Ableitung ermitteln.

$$\frac{d\eta}{dM_b} = 0$$

Mit einigen Vereinfachungen erhalten wir dann für den maximalen Wirkungsgrad den Zusammenhang

$$\text{Gl 2.55 } \eta_{\text{max}} \approx \left(1 - \sqrt{\frac{M_{VA} + c_5 n_i}{M_{iH}}}\right)^2 = \left(1 - \sqrt{\frac{I_o}{I_H}}\right)^2$$

Auch hier wieder zu erkennen der etwas schlechtere Wert des Wirkungsgrad-Maximums, verglichen mit dem Glockenläufermotor Gl 1.92.

## 2.5.6. Eisenverluste

Der als magnetischer Rückschluss dienende Stator wird, wie bereits erwähnt, durch den rotierenden Permanentmagneten mit einem Wechselfeld beaufschlagt, wodurch im wesentlichen zwei voneinander unabhängige Anteile von Eisenverlusten entstehen.

$$\text{Gl 2.56 } P_{\text{Fe}} = P_{\text{FeH}} + P_{\text{FeW}}$$

Wir wollen nun die massgebenden Kenngrößen für die Entstehung dieser Verluste näher betrachten.

### 2.5.6.1. Hystereseverluste

Das für die magnetische Flussführung im Stator verwendete Eisenblech ist durch seine Hysteresisschleife charakterisiert. Bei jedem Ummagnetisiervorgang durch den rotierenden Permanentmagneten wird bekanntlich die durch die Fläche der Hysteresisschleife repräsentierte Energie in Verlustwärme umgewandelt.

Bei der Abschätzung dieser Ummagnetisierungs- oder Hystereseverluste  $P_{\text{FeH}}$  sind wir im wesentlichen auf empirische Zusammenhänge angewiesen. Für eine homogene, sinusförmig variierende Ummagnetisierung von warmgewalzten Blechen lassen sich diese Verluste folgendermassen darstellen:

$$\text{Gl 2.57 } P_{\text{FeH}} \approx c_{\text{H}} n B^{1.6}$$

Bei kaltgewalzten Blechen treten noch zusätzliche Effekte infolge der Materialanisotropie (die magnetischen Materialeigenschaften in und quer zur Walzrichtung sind unterschiedlich) auf.

Für einen EC-Motor nehmen aber prinzipiell die Hystereseverluste  $P_{\text{FeH}}$  im Stator linear mit der Drehzahl zu. Die lineare Abhängigkeit der Hystereseverluste  $P_{\text{FeH}}$  von der Drehzahl  $n$  und die exponentielle Abhängigkeit von der Induktionsamplitude  $B_0$  wird nur durch die Qualität des verwendeten Eisens (Materialkonstante  $c_{\text{H}}$ ) bestimmt. Der tatsächlich auftretende Wert der Induktionsamplitude  $B_0$  wird durch die Dimensionierung des magnetischen Kreises vorgegeben.

### 2.5.6.2. Wirbelstromverluste

Das magnetische Wechselfeld des Rotors erzeugt im umgebenden Statoreisen, bedingt durch die elektrische Leitfähigkeit von Eisen, entsprechende Wirbelströme und somit zusätzliche Verluste. Um diese Wirbelstromverluste zu minimieren, wird der magnetische Eisenrückschluss des Stators nicht in massiver Form, sondern als Paket elektrisch gegeneinander isolierter Stahlblechringe ausgebildet.

Wir wollen die hierbei geltenden Bedingungen anhand eines Blechausschnittes untersuchen und die Einflussfaktoren für die entstehende Verlustleistung im Blech kennenlernen.

In einem metallischen Leiter ist der physikalische Zusammenhang zwischen Stromdichte  $S$  und elektrischer Feldstärke  $E$  über die elektrische Leitfähigkeit  $\kappa$  gegeben. Der Index  $W$  soll den Zusammenhang mit den Wirbelströmen charakterisieren.

$$\text{Gl 2.58 } S_{\text{W}} = \kappa E_{\text{W}}$$

Unabhängig davon ist der Strom als Produkt von Stromdichte und zugehöriger Fläche definiert

$$\text{Gl 2.59 } dI_w = S_w dA$$

Wenn wir den Strom als elektrische Ladung pro Zeiteinheit festlegen, erhalten wir

$$\text{Gl 2.60 } dQ_w = dI_w dt = S_w dA dt$$

Mit der Spannung  $U_w$  als Linienintegral der Feldstärke  $E_w$  längs des Weges  $ds$

$$\text{Gl 2.61 } U_w = \int_s E_w ds \quad dU_w = E_w ds$$

ergibt sich für die Energie  $dW_w$  als Produkt von Ladung und Spannung

$$\text{Gl 2.62 } dW_w = dQ_w dU_w$$

$$\text{Gl 2.63 } dW_w = S_w dA dt E_w ds = S_w E_w dA ds dt = S_w E_w dV dt$$

Damit wird die Leistungsdichte pro Volumeneinheit  $dP_w$

$$\text{Gl 2.64 } dP_w = \frac{dW_w}{dt dV} = S_w E_w$$

und für die Leistung  $P_w$  über das gesamte Volumen integriert

$$\text{Gl 2.65 } P_w = \int_V dP_w dV = \int_V S_w E_w dV = \kappa \int_V E_w^2 dV$$

Um die Abhängigkeit der Feldstärke von der Induktion  $E(B)$  zu finden, benützen wir wieder das Induktionsgesetz

$$\text{Gl 2.66 } U_w = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \oint_s \mathbf{E}_w \cdot d\mathbf{s}$$

Betrachten wir ein Statorblechelement in diesem Zusammenhang genauer. Bezogen auf den eingebauten Zustand im EC-Motor entspricht das Mass  $D$  der axialen Blechdicke, Mass  $b$  verläuft in radialer Richtung und Mass  $a$  in Umfangsrichtung der Statorbohrung.

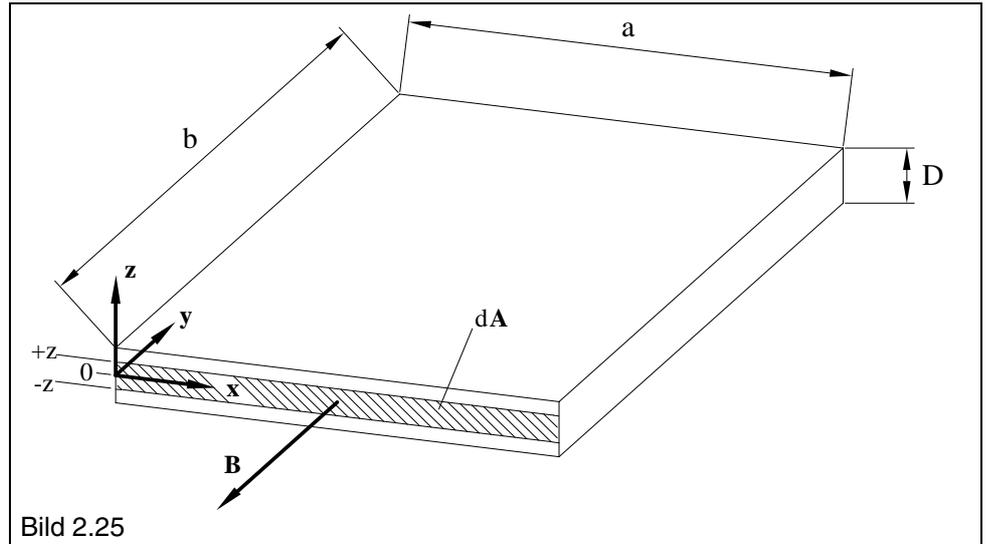


Bild 2.25

Führen wir die Integrationen gemäss Bild 2.25 ausführlich durch, dann bekommen wir

$$\text{Gl 2.67} \quad -\frac{d}{dt} \int_A B dA = -\frac{dB}{dt} \int_0^a \int_{-z}^{+z} dx dz = -\frac{dB}{dt} a 2z$$

$$\text{Gl 2.68} \quad \oint E_w ds = E_w \left( 2 \int_0^a dx + 2 \int_{-z}^{+z} dz \right) = E_w (2a + 4z)$$

Wegen der Relation  $z \ll a$  kann der Term  $4z$  vernachlässigt werden, und es ergibt sich vereinfacht

$$\text{Gl 2.69} \quad \oint E_w ds \cong E_w 2a$$

Damit erhalten wir für den gesuchten Zusammenhang mit Gl 2.65 und Gl 2.67

$$\text{Gl 2.70} \quad E_w = -\frac{dB}{dt} z$$

eingesetzt in Gl 2.65 für die Leistung  $P_W$

$$\begin{aligned} \text{Gl 2.71} \\ P_W &= \kappa \int_V E_w^2 dV = \kappa \int_0^a \int_0^b \int_{-D/2}^{+D/2} E_w^2 dx dy dz = \kappa a b \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 \int_{-D/2}^{+D/2} z^2 dz = \\ &= \kappa a b \frac{D^3}{12} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 \end{aligned}$$

Beziehen wir die Leistung  $P_W$  auf das Volumen  $V = a b D$ , erhalten wir für die Leistungsdichte  $P_{WV}$

$$\text{Gl 2.72 } \frac{P_w}{V} = P_{wv} = \frac{1}{12} \kappa D^2 \left( \frac{dB}{dt} \right)^2$$

Wir wollen davon ausgehen, dass die Induktion im gesamten Blechquerschnitt durch die Wirbelströme nicht merkbar geschwächt wird und sich mit der Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Permanentmagneten periodisch ändert. Dann können wir die zeitliche Abhängigkeit von B mit dem Ansatz  $B = B_0 \sin \omega t$  darstellen. Eingesetzt in Gl 2.72 erhalten wir dann für die Leistungsdichte  $P_{wv}$

$$\text{Gl 2.73 } P_{wv} = \frac{1}{12} \kappa D^2 \omega^2 B_0^2 \cos^2 \omega t$$

Die Funktion  $\cos^2 \omega t$  verläuft zyklisch mit einer Periodendauer  $\pi$ . Damit lässt sich der arithmetische (zeitliche) Mittelwert der Leistungsdichte wie folgt ermitteln

$$\text{Gl 2.74 } \bar{P}_{wv} = \frac{1}{12} \kappa D^2 \omega^2 B_0^2 \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \omega t d(\omega t)$$

$$\text{Gl 2.75 } \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x \right]_0^\pi = \frac{1}{2}$$

Mit  $\omega = 2\pi n$  erhalten wir weiter

$$\text{Gl 2.76 } \bar{P}_{wv} = \frac{1}{24} \kappa D^2 \omega^2 B_0^2 = \frac{\pi^2}{6} \kappa D^2 n^2 B_0^2$$

Verwenden wir den Zusammenhang zwischen elektrischem Leitwert  $\kappa$  und spezifischem Widerstand  $\rho$  mit  $\kappa = 1/\rho$ , so ergibt sich

$$\text{Gl 2.77 } \bar{P}_{wv} = \frac{\pi^2}{6} \frac{D^2 n^2 B_0^2}{\rho}$$

Führen wir noch die Dichte  $\gamma$  ein, erhalten wir für die massebezogenen mittleren Wirbelstromverluste

$$\text{Gl 2.78 } \bar{P}_{wm} = \frac{\pi^2}{6} \frac{D^2 n^2 B_0^2}{\gamma \rho}$$

Für einen EC-Motor nehmen demnach die Wirbelstromverluste  $P_{FeW}$  im Stator quadratisch mit der Drehzahl  $n$ , der Blechdicke  $D$  und der Induktion  $B_0$  zu. Sowohl die Dichte  $\gamma$  als auch der spezifische Widerstand  $\rho$  des Statorblechs gehen als Einflussgrößen nur linear in die Wirbelstromverluste ein.

Wir wollen nun neben der Verlustleistung  $P_{FeW}$  einen weiteren Effekt der Wirbelströme in die Ueberlegungen einbeziehen. Die auftretenden Wirbelströme  $I_w$  verursachen ihrerseits ein Magnetfeld  $H_w$  und damit eine magnetische Induktion  $B_w$ , welche die wirksame Induktion im Stator schwächt.

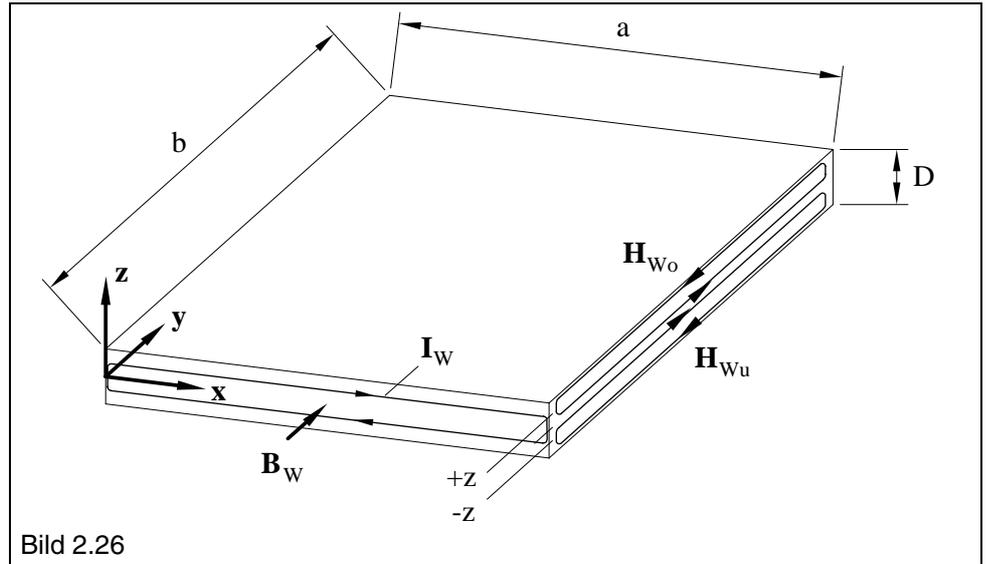


Bild 2.26

Zur Abschätzung des entstehenden Magnetfeldes  $H_W$  greifen wir auf die vorangegangene Berechnung der Wirbelstromverluste zurück. Mit Gl 2.58 für die Stromdichte  $S_W$  erhalten wir für den durch das Flächenelement  $dA = b dz$  fließenden Strom  $I_W$

$$\text{Gl 2.79 } dI_W = \kappa E_W b dz$$

der im wesentlichen parallel zur x-Achse verläuft. Für die obere Blechhälfte können wir den Strom durch Integration über die halbe Blechdicke  $D/2$  unter Zuhilfenahme von Gl 2.70 berechnen

$$\text{Gl 2.80 } I_W = \kappa b \int_0^{D/2} E_W dz = \kappa b \frac{dB}{dt} \int_0^{D/2} z dz = \frac{1}{8} \kappa b D^2 \frac{dB}{dt}$$

Den gleichen Strom erhalten wir für die untere Blechhälfte, jedoch in entgegengesetzter Richtung. Mit Hilfe des Durchflutungssatzes erhalten wir den Zusammenhang zwischen Strom  $I_W$  und daraus resultierendem Magnetfeld  $H_W$ .

$$\text{Gl 2.81 } \oint_s H_{W0} ds = I_W = H_{W0} 2 \left( \int_0^b dy + \int_0^z dz \right) = H_{W0} (2b + 2z)$$

Wegen der Relation  $z \ll b$  kann der Term  $2z$  vernachlässigt werden und es ergibt sich vereinfacht

$$\text{Gl 2.82 } H_{W0} = \frac{I_W}{2b} = H_{Wu}$$

In der Blechdickenmitte bei  $z = 0$  addieren sich die beiden Felder, und wir erhalten an dieser Stelle das vom Wirbelstrom  $I_W$  insgesamt erzeugte Magnetfeld  $H_W$ .

$$\text{Gl 2.83 } H_W = \frac{1}{8} \kappa D^2 \frac{dB}{dt}$$

Berücksichtigen wir wieder die zeitliche Abhängigkeit der ungeschwächten Induktion von der Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Permanentmagneten  $B = B_0 \sin \omega t$ , ergibt sich

$$\text{Gl 2.84 } H_W = \frac{1}{8} \kappa D^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

Wir erhalten dann für die Amplitude des Magnetfeldes  $H_W$  mit  $\omega = 2\pi n$  und  $\kappa = 1/\rho$

$$\text{Gl 2.85 } \hat{H}_W = \frac{1}{8} \kappa D^2 \omega B_0 = \frac{\pi D^2 n B_0}{4 \rho}$$

Im Statorblechpaket wird bekanntlich der Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke  $H$  und Induktion  $B$  über die Permeabilität  $\mu$  festgelegt.

$$\text{Gl 2.86 } B = \mu_r \mu_0 H$$

Damit nun der Einfluss des Wirbelstromfeldes vernachlässigt werden kann, muss für die Induktionsamplitude gelten

$$\text{Gl 2.87 } \hat{B}_W = \mu_{ra} \mu_0 \hat{H}_W \ll B_0$$

Da wir uns im sicheren Abstand von der Sättigungsinduktion bewegen wollen, können wir die relative Anfangspermeabilität des Statorblechpaketes ohne grossen Fehler einsetzen.

Dies ergibt mit Gl 2.85 eine Beschränkung der zulässigen Drehzahl  $n$

$$\text{Gl 2.88 } n \ll \frac{4}{\pi} \frac{\rho}{D^2 \mu_{ra} \mu_0}$$

## 2.5.7. Thermische Eigenschaften

Die im EC-Motor entstehenden Verluste  $P_V$  setzen sich aus drei Hauptkomponenten zusammen, die je nach Betriebszustand unterschiedlich stark in Erscheinung treten. Zu den Reibungsverlusten  $P_R = M_V \omega$  und den Stromwärmeverlusten  $P_J = I^2 R_{W\Theta}$  kommen nun noch die exponentiell von der Drehzahl abhängigen Eisenverluste  $P_{Fe}$  hinzu. Siehe auch Abschnitt 2.5.6.1 und 2.5.6.2

$$\text{Gl 2.89 } P_V = P_R + P_J + P_{Fe} = M_V \omega + I^2 R_{W\Theta} + P_{Fe}(n)$$

Im Vergleich zum Glockenläufermotor entfallen zwar die Bürstenreibungsverluste, die jedoch durch die insbesondere bei höheren Drehzahlen auftretenden Eisenverluste mehr als kompensiert werden. Dadurch bedingt, lässt sich der extrem hohe maximale Wirkungsgrad des Glockenläufermotors nicht ganz erreichen.

### 2.5.7.1. Maximale Verlustleistung

Die im Abschnitt 1.7.7.1 durchgeführten Ableitungen und das Wärmefluss-Ersatzschaltbild gelten vollumfänglich auch für den EC-Motor. Anstelle der maximal zulässigen Rotortemperatur  $\Theta_{Rmax}$  tritt nun die maximal zulässige Wicklungstemperatur  $\Theta_{Wmax}$ . Der innere Wärmewiderstand  $R_{th1}$  ist kleiner als beim Glockenläufermotor, was auf die bessere Wärmeübertragung der Wicklung an das Statorgehäuse zurückgeführt werden kann. Damit erhalten wir in Anlehnung an Gl 1.98

$$\text{Gl 2.90 } P_{V_{zul}} = \frac{\Theta_{W_{max}} - \Theta_U}{R_{th1} + R_{th2}}$$

und für die zugehörigen Temperaturpegel von Statorgehäuse und Wicklung

$$\text{Gl 2.91 } \Theta_G = \Theta_U + P_V R_{th2}$$

$$\text{Gl 2.92 } \Theta_W = \Theta_U + P_V (R_{th1} + R_{th2})$$

Das zugehörige Wärmefluss-Ersatzschaltbild kann Bild 1.40 entnommen werden.

### 2.5.7.2. Maximaler Belastungsstrom

Wegen der nur empirisch ermittelbaren, exponentiell von der Drehzahl abhängigen Eisenverluste  $P_{Fe}$  lässt sich eine genaue Ableitung des maximalen Belastungsstromes  $I_{zul}$  für den gesamten Drehzahlbereich leider nicht durchführen. Wir wollen uns daher auf den unteren Drehzahlbereich ( $n < 5000 \text{ min}^{-1}$ ) beschränken, die Eisen- und Reibungsverluste  $P_{Fe} + P_R$  vernachlässigen und nur die Jouleschen Verluste  $P_J$  berücksichtigen.

Ausgehend von der Sternschaltung mit Blockkommutierung (siehe Bild 2.3), sind jeweils nur zwei der drei Teilwicklungen stromdurchflossen. Die entstehenden Jouleschen Verluste verteilen sich jedoch durch die zyklische Umschaltung gleichmässig auf alle drei Teilwicklungen.

Bezeichnen wir den Widerstand einer Teilwicklung bei der Temperatur  $\Theta$  mit  $R_{Ph\Theta}$ , dann können wir schreiben

$$\text{Gl 2.93 } P_{V_{zul}} = P_J = I_{zul}^2 2R_{Ph\Theta_{max}}$$

Mit der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes erhalten wir ähnlich wie bei Gl 1.104

$$\begin{aligned} \text{Gl 2.94 } R_{Ph\Theta} &= R_{Ph25} [1 + \alpha_{Cu} (\Theta - 25)] \quad \text{bzw.} \\ R_{Ph\Theta_{max}} &= R_{Ph25} [1 + \alpha_{Cu} (\Theta_{W_{max}} - 25)] \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen bekommen wir den maximal zulässigen Effektivwert des Belastungsstromes  $I_{zul}$  mit

$$\text{Gl 2.95 } I_{zul} = \sqrt{\frac{P_{V_{zul}}}{2 R_{Ph\Theta_{max}}}}$$

oder mit Berücksichtigung der Wärmewiderstände und Temperaturen

$$\text{Gl 2.96 } I_{zul} = \sqrt{\frac{\Theta_{W_{max}} - \Theta_U}{2 R_{Ph\Theta_{max}} (R_{th1} + R_{th2})}}$$

Wie sich erkennen lässt, wirkt sich eine Erhöhung der maximal zulässigen Wicklungstemperatur  $\Theta_{W_{max}}$  stärker auf die Zunahme des zulässigen Belastungsstromes  $I_{zul}$  aus, als durch den damit verbundenen grösseren Teilwicklungswiderstand  $R_{Ph\Theta_{max}}$  wieder eingebüsst wird.

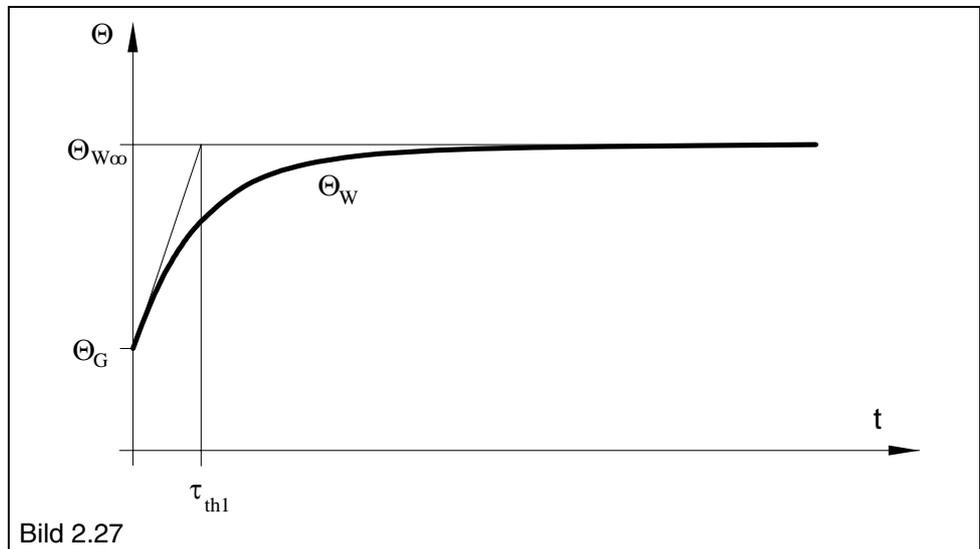
### 2.5.7.3. Erwärmung und thermische Zeitkonstanten

Die im Abschnitt 1.7.7.3 durchgeführten Ableitungen sind auch für den **maxon-EC-Motor** vollumfänglich gültig. Anstelle der Rotortemperatur tritt nun die Wicklungstemperatur und für die Statortemperatur die Gehäusetemperatur in Erscheinung. Wir definieren analog zu Gl 1.114 eine thermische Zeitkonstante  $\tau_{th1}$

$$\text{Gl 2.97 } \tau_{th1} = R_{th1} C_W = R_{th1} m_W c_W$$

Damit erhalten wir analog zu Gl 1.118 für die Wicklungstemperatur  $\Theta_W$  den Zusammenhang

$$\text{Gl 2.98 } \Theta_W = \Theta_G + P_V R_{th1} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}} \right)$$



Für den stationären Zustand, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Wicklungstemperatur  $\Theta_W$

$$\text{Gl 2.99 } \Theta_{W\infty} = \Theta_G + P_V R_{th1}$$

Für den Temperaturverlauf des Gehäuses gelten die gleichen Überlegungen, dh. wir definieren analog zu

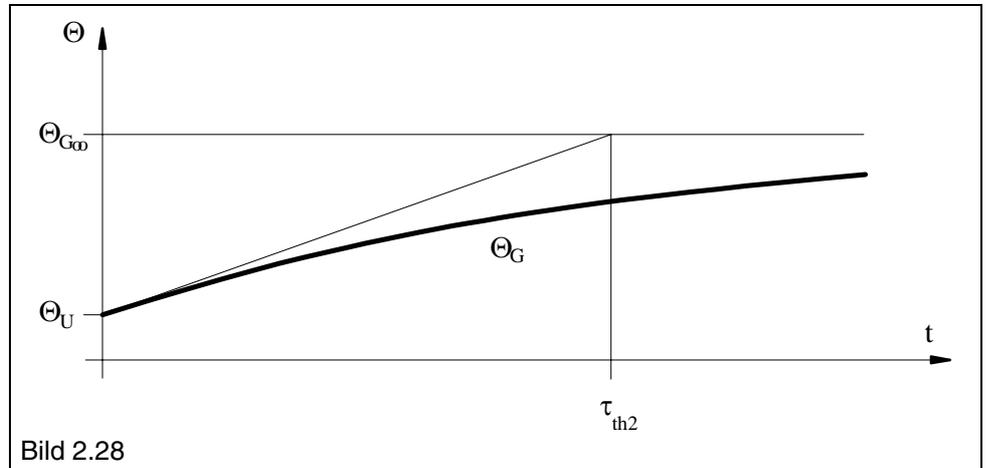
Gl 1.120 eine thermische Zeitkonstante  $\tau_{th2}$

$$\text{Gl 2.100 } \tau_{th2} = R_{th2} C_G = R_{th2} m_G c_G$$

Im allgemeinen ist auch beim EC-Motor  $R_{th2} > R_{th1}$ , kann aber durch geeignete Massnahmen (forcierte Kühlung oder Vergrößerung der wärmeabgebenden Oberfläche mittels Kühlkörper) verbessert werden.

Für die Gehäusetemperatur erhalten wir analog zu Gl 1.121 den Zusammenhang

$$\text{Gl 2.101 } \Theta_G = \Theta_U + P_V R_{th2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th2}}} \right)$$



Für den stationären Zustand, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Gehäusetemperatur  $\Theta_G$

$$\text{Gl 2.102 } \Theta_{G\infty} = \Theta_U + P_V R_{th2}$$

#### 2.5.7.4. Abkühlung

Wie bereits im Abschnitt 1.7.7.4 dargelegt, gehen wir beim Abkühlungsvorgang davon aus, dass sich die Wicklung auf der maximal zulässigen Wicklungstemperatur befindet und in ihr keine weitere Verlustleistung erzeugt wird. Damit erhalten wir für den Abkühlungsverlauf der Wicklung den Zusammenhang

$$\text{Gl 2.103 } \Theta_W = \Theta_G \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}} \right) + \Theta_{W\max} e^{-\frac{t}{\tau_{th1}}}$$

Für den stationären Zustand am Ende der Abkühlung, also  $t \rightarrow \infty$ , ergibt sich die Wicklungstemperatur mit

$$\text{Gl 2.104 } \Theta_{W\infty} = \Theta_G$$

#### 2.5.7.5. Intervallbetrieb

Die im Abschnitt 1.7.7.5 abgeleiteten Ergebnisse sind vollumfänglich auch für den EC-Motor zutreffend. Für den periodischen Intervallbetrieb ergibt sich demnach eine mittlere Wicklungstemperatur proportional dem Quadrat des Stromeffektivwertes.

$$\Theta_m \approx \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = I_{\text{eff}}^2$$

## 3. Anhang

### A1. SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten

Masse .....	[kg]
Länge.....	[m]
Spannung ...	[V]
Strom .....	[A]
Temperatur .	[K]
Winkel.....	[rad]
Zeit.....	[s]
[H .....	=Vs/A]
[J.....	=Ws ..... =kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
[J/m <sup>3</sup> .....	=N/m <sup>2</sup> ..... =kg/ms <sup>2</sup> ]
[N .....	=kgm/s <sup>2</sup> ]
[Nm .....	=kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
[T.....	= Vs/m <sup>2</sup> ]
[W .....	=Nm/s..... =kgm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
[Ws .....	=Nm ..... =kgm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
[Wb .....	=Vs]
[Ω.....	=V/A]

### A2. Vektorielle Grössen

dA .....	[m <sup>2</sup> ]	Flächenelementvektor
B .....	[T]	Induktionsvektor
F.....	[N]	Kraftvektor
F <sub>x</sub> .....	[N]	x-Komponente des Kraftvektors
F <sub>y</sub> .....	[N]	y-Komponente des Kraftvektors
H.....	[A/m]	Feldstärkevektor
I.....	[A]	Stromvektor
ℓ .....	[m]	Leiterlängenvektor
M.....	[Nm]	Drehmomentvektor
M <sub>z</sub> .....	[Nm]	z-Komponente des Drehmomentvektors
r.....	[m]	Ortsvektor
r <sub>x</sub> .....	[m]	x-Komponente des Ortsvektors
r <sub>y</sub> .....	[m]	y-Komponente des Ortsvektors
v.....	[m/s]	Geschwindigkeitsvektor

### A3. Skalare Grössen

A .....	[m <sup>2</sup> ]	Fläche
A <sub>L</sub> .....	[m <sup>2</sup> ]	Luftspaltfläche
A <sub>M</sub> .....	[m <sup>2</sup> ]	Magnetfläche
A <sub>Ra</sub> .....	[m <sup>2</sup> ]	Rückschlussfläche
a.....	[m]	Länge
α .....	[W/m <sup>2</sup> K]	Wärmeübergangszahl
α <sub>Cu</sub> .....	[K <sup>-1</sup> ]	Widerstandstemperaturkoeffizient Kupfer (0.00392 K <sup>-1</sup> )
B <sub>A</sub> .....	[T]	Induktion im Magnetmaterial im Arbeitspunkt A
B <sub>L</sub> .....	[T]	Induktion im Luftspalt
B <sub>M</sub> .....	[T]	Induktion im Magnetmaterial
B <sub>r</sub> .....	[T]	Remanenzinduktion
B <sub>Ra</sub> .....	[T]	Induktion im Aussenrückschluss
B <sub>W</sub> .....	[T]	Induktion durch Wirbelströme
(BH) <sub>max</sub> ...	[J/m <sup>3</sup> ]	magnetische Energiedichte, max. Energieprodukt
B <sub>0</sub> .....	[T]	Induktionsamplitude im Luftspalt
b.....	[m]	Länge

$\beta$	[rad]	Winkel
$C_G$	[Ws/K]	Wärmekapazität des Statorgehäuses
$C_R$	[Ws/K]	Wärmekapazität der Rotorwicklung
$C_S$	[Ws/K]	Wärmekapazität des Stators
$C_s$	[W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ]	Strahlungszahl
$C_W$	[Ws/K]	Wärmekapazität der Wicklung
$c_H$		Hysterese-Materialkonstante
$c_G$	[Ws/kgK]	spezifische Wärme des Statorgehäuses (Fe = 460Ws/kgK)
$c_R$	[Ws/kgK]	spezifische Wärme der Rotorwicklung (Cu = 385Ws/kgK)
$c_S$	[Ws/kgK]	spezifische Wärme des Stators (Fe = 460Ws/kgK)
$c_T$	[Nm/rad]	Torsions-Federkonstante
$c_W$	[Ws/kgK]	spezifische Wärme der Statorwicklung (Cu = 385Ws/kgK)
$c_a$		Integrationskonstante der Abkühlung
$c_e$		Integrationskonstante der Erwärmung
$c_1$		Korrekturfaktor für den axialen Induktionsabfall
$c_5$	[Nms]	Dämpfungsmoment
$\gamma$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
D	[m]	Blechdicke
d	[m]	Materialdicke
$\eta$		Wirkungsgrad
$\eta_{max}$		maximaler Wirkungsgrad
E	[V]	im Rotor induzierte EMK
$E_W$	[V/m]	elektrische Feldstärke
$E_{ph}$	[V]	Momentanwert der in einer Phase induzierten EMK
dE	[V]	induzierte Spannung
$e_i$	[V]	allgemein in einem Leiter induzierte EMK
$e_{iD}$	[V]	in einem geraden Leiter induzierte Spannung
$e_{iR}$	[V]	in einer Raute induzierte Spannung
F	[N]	Kraft
dF	[N]	Kraft
$f(\varphi_0)$		Hilfsfunktion
$\Phi$	[Wb]	magnetischer Fluss
$\Phi_I$	[Wb]	magnetischer Fluss durch die Rautenhälfte I
$\Phi_{II}$	[Wb]	magnetischer Fluss durch die Rautenhälfte II
$g(\varphi_0)$		Hilfsfunktion
$H_A$	[A/m]	Magnetfeldstärke im Arbeitspunkt A
$H_K$	[A/m]	Anisotropiefeldstärke
$H_L$	[A/m]	Feldstärke im Luftspalt
$H_M$	[A/m]	Feldstärke im Magnet
$H_W$	[A/m]	Wirbelstromfeldstärke
$H_{W_o}$	[A/m]	Wirbelstromfeldstärke obere Blechhälfte
$H_{W_u}$	[A/m]	Wirbelstromfeldstärke untere Blechhälfte
$B^H_C$	[A/m]	Koerzitivfeldstärke
I	[A]	Strom
$I_{eff}$	[A]	Stromeffektivwert
$I_H$	[A]	Haltestrom

$I_{u,v,w}$	[A]	Phasenstrom
$I_W$	[A]	Wirbelstrom
$I_0$	[A]	Leerlaufstrom
$i$	[A]	Strommomentanwert
$J_b$	[kgm <sup>2</sup> ]	Belastungsträgheitsmoment
$J_R$	[kgm <sup>2</sup> ]	Rotorträgheitsmoment
$\varphi$	[rad]	Winkel
$\varphi_0$	[rad]	Anfangswinkel
$d\varphi$	[rad]	differentielles Winkelement
$k$		Kollektorlamellenzahl
$k_M$	[Nm/A]	spezifisches Drehmoment
$\kappa$	[Ω/m]	elektrische Leitfähigkeit
$L_T$	[H]	Induktivität einer Teilspule
$l$	[m]	Leiterlänge
$l_D$	[m]	Länge eines geraden Leiters
$l_L$	[m]	Luftspaltlänge
$l_M$	[m]	Magnetlänge
$\lambda$	[W/mK]	Wärmeleitfähigkeit
$M$	[Nm]	Drehmoment
$M_B$	[Nm]	Beschleunigungsmoment
$M_b$	[Nm]	Belastungsdrehmoment
$M_\eta$	[Nm]	Drehmoment bei maximalem Wirkungsgrad
$M_{iH}$	[Nm]	ideelles Haltemoment
$M_{iHmin}$	[Nm]	minimales Haltemoment
$M_P$	[Nm]	Drehmoment bei maximaler Leistung
$M_V$	[Nm]	Verlustdrehmoment
$M_{VA}$	[Nm]	Approximation des Stillstand-Verlustdrehmomentes
$M_{V_0}$	[Nm]	Leerlaufverlustdrehmoment
$M_{V_k}$	[Nm]	Kollektorverlustdrehmoment
$M_T$	[Nm]	rückstellendes Torsionsmoment
$m_R$	[kg]	Masse des Rotors (Wicklung)
$m_S$	[kg]	Masse des Stators
$m_W$	[kg]	Masse der Statorwicklung
$\mu_0$	[Vs/Am]	magnetische Feldkonstante (1.256E-6 Vs/Am)
$\mu_r$		relative Permeabilität
$\mu_{ra}$		relative Anfangspermeabilität
$n_b$	[s <sup>-1</sup> ]	Belastungsdrehzahl
$n_i$	[s <sup>-1</sup> ]	ideelle Leerlaufdrehzahl
$n_0$	[s <sup>-1</sup> ]	Leerlaufdrehzahl
$v$	[m <sup>-1</sup> ]	Windungsdichte
$\Delta n/\Delta M$	[s <sup>-1</sup> /Nm]	Kennliniensteigung
$P$	[W]	abgegebene Leistung
$P_{Fe}$	[W]	Eisenverluste
$P_{FeH}$	[W]	Eisen-Hystereseverluste
$P_{FeW}$	[W]	Eisen-Wirbelstromverluste
$P_J$	[W]	Joulesche Verlustleistung
$P_{max}$	[W]	maximal abgegebene Leistung

$P_{\text{mech}}$	[W]	mechanische Leistung
$P_{\text{R}}$	[W]	Reibungsverlustleistung
$P_{\text{V}}$	[W]	Verlustleistung
$P_{\text{Vzul}}$	[W]	maximal zulässige Verlustleistung
$P_{\text{W}}$	[W]	Leistung des Wirbelfeldes
$P_{\text{WV}}$	[W/m <sup>3</sup> ]	Wirbelfeld-Leistungsdichte
$P_{\text{Zu}}$	[W]	zugeführte Leistung
$Q_{\text{W}}$	[As]	elektrische Ladung
$\Theta$	[K]	Temperatur
$\Theta_{\text{G}}$	[K]	Gehäusetemperatur
$\Theta_{\text{G}\infty}$	[K]	Gehäusetemperatur nach unendlich langer Zeit
$\Theta_{\text{K}}$	[K]	Körpertemperatur
$\Theta_{\text{m}}$	[K]	mittlere Temperatur
$\Theta_{\text{max}}$	[K]	maximale Temperatur
$\Theta_{\text{min}}$	[K]	minimale Temperatur
$\Theta_{\text{R}}$	[K]	Rotortemperatur
$\Theta_{\text{R}\infty}$	[K]	Rotortemperatur nach unendlich langer Zeit
$\Theta_{\text{Rmax}}$	[K]	maximale Rotortemperatur
$\Theta_{\text{S}\infty}$	[K]	Statortemperatur nach unendlich langer Zeit
$\Theta_{\text{S}}$	[K]	Statortemperatur
$\Theta_{\text{U}}$	[K]	Umgebungstemperatur
$\Theta_{\text{W}}$	[K]	Wicklungstemperatur
$\Theta_{\text{W}\infty}$	[K]	Wicklungstemperatur nach unendlich langer Zeit
$\Theta_{\text{Wmax}}$	[K]	maximale Wicklungstemperatur
$\Delta\Theta$	[K]	Temperaturdifferenz
$R_{\text{ph}}$	[ $\Omega$ ]	Phasenwiderstand
$R_{\text{ph}\Theta}$	[ $\Omega$ ]	Phasenwiderstand bei Temperatur $\Theta$
$R_{\text{ph}\Theta_{\text{max}}}$	[ $\Omega$ ]	Phasenwiderstand bei Temperatur $\Theta_{\text{max}}$
$R_{\text{Rot}}$	[ $\Omega$ ]	Rotorwiderstand
$R_{\text{th}}$	[K/W]	Wärmewiderstand
$R_{\text{th1}}$	[K/W]	Wärmewiderstand Rotor-Stator
$R_{\text{th2}}$	[K/W]	Wärmewiderstand Stator-Umgebung
$R_{\Theta}$	[ $\Omega$ ]	Rotorwiderstand bei Temperatur $\Theta$
$R_{\Theta_{\text{max}}}$	[ $\Omega$ ]	Rotorwiderstand bei maximaler Rotortemperatur
$R_{\text{W}\Theta}$	[ $\Omega$ ]	Wicklungswiderstand bei Temperatur $\Theta$
$R_{25}$	[ $\Omega$ ]	Rotorwiderstand bei 25°C
$\rho$	[m/ $\Omega$ ]	spezifischer Widerstand
$S_{\text{W}}$	[A/m <sup>2</sup> ]	Stromdichte des Wirbelstromes
$ds$	[m]	Längenelement in Umfangsrichtung des Rotors
$\sigma$		magnetischer Streufaktor
$T$	[s]	Zeitkonstante
$T_{\text{R}}$	[s]	Schwingungsdauer des EC-Rotors
$t$	[s]	Zeit
$\tau$		magnetischer Spannungsabfallfaktor
$\tau_{\text{m}}$	[s]	mechanische Zeitkonstante des Rotors
$\tau_{\text{mges}}$	[s]	mechanische Zeitkonstante des Gesamtsystems
$\tau_{\text{th1}}$	[s]	thermische Zeitkonstante des Rotors
$\tau_{\text{th2}}$	[s]	thermische Zeitkonstante des Stators

$U$ .....	[V] .....	Motorspannung
$u_j$ .....	[V] .....	Bewegungsinduktionsspannung einer Teilspule
$u_L$ .....	[V] .....	Selbstinduktionsspannung einer Teilspule
$V_L$ .....	[m <sup>3</sup> ] .....	Luftspaltvolumen
$V_M$ .....	[m <sup>3</sup> ] .....	Magnetvolumen
$v_k$ .....	[m/s] .....	Kollektorumfangsgeschwindigkeit
$dV$ .....	[m <sup>3</sup> ] .....	Volumenelement
$W_L$ .....	[Ws] .....	Luftspaltenergie
$W_{LT}$ .....	[Ws] .....	gespeicherte Energie der Teilspule
$W_M$ .....	[Ws] .....	Magnetenergie
$W_{mech}$ .....	[Ws] .....	mechanische Arbeit
$W_W$ .....	[Ws] .....	Energie des Wirbelfeldes
$w$ .....	.....	Windungszahl
$w_T$ .....	.....	Windungszahl einer Teilspule
$\omega$ .....	[rad/s] .....	Winkelgeschwindigkeit
$\psi$ .....	[rad] .....	magnetischer Verdrehungswinkel
$\psi'$ .....	[rad] .....	mechanischer Verdrehungswinkel